54.

F. W. D. Snells
Lehrers an dem Gymnasium zu Giesen.

Vermischte Aufsäzze

I. über die beste Methode bei dem mathematischen Elementarunterricht.

II. über die Lehre von der moralischen Freiheit nach Kantischen Principien.

Und

III. über Herrn Professor Ulrichs Eleutheriologie.

Giesen
bey Johann Christian Krieger dem jüngern
1789.

I.

Bemerkungen
über
die beste Methode
bei dem mathematischen Elementarunterricht.

Inhalt.

1. Abschnitt. Von dem Nuzzen der Mathematik.

2. Abschnitt. In wie fern ist Mathematik ein Gegenstand des Schulunterrichts.

3. Abschnitt. Einige Bemerkungen über die Methode überhaupt.

4. Abschnitt. Von den Definitionen und Lehrsäzzen in der Mathematik.

5. Abschnitt. Von den Aufgaben.

6. Abschnitt. Von den Beweisen.

7. Abschnitt. Verschiedene Arten der Wiederholung mathematischer Säzze.

8. Abschnitt. Von den Uebungen in der praktischen Geometrie.

9. Abschnitt. Noch einige Mittel zur Erhaltung der Aufmerksamkeit.

Vorerinnerung.

Vor einiger Zeit habe ich in einer Gelegenheitsschrift, über die beste Methode, die Mathematik in Schulen zu lehren, geredet, und darin kürzlich die vornehmsten Punkte berührt, worauf es bei einem zweckmäsigen Elementarunterricht in diesem wichtigen Theile der menschlichen Kentnisse ankommt. Da dieselbige einigen Beifall gefunden hat; und ich seitdem immer mehr Gelegenheit gehabt habe, bei dem öffentlichen und Privatunterricht in der Mathematik Erfahrungen über den Vortrag derselben zu sammeln: so halte ich es wenigstens für keine ganz unnüzliche Beschäftigung, eine etwas vollständige Abhandlung über diese Materie bekannt zu

machen, um dadurch vielleicht einige Gelegenheit zu weiterem Nachdenken und Prüfen zu geben. Ich fühle es ganz, mit wie vielen Schwierigkeiten der Lehrer in dem ersten mathematischen Unterricht zu kämpfen hat; wie viele Mittel er öfters vergebens versuchen mus, seinen ungeübten Lehrlingen völlig verständlich zu werden, bis er das rechte Mittel trift; und wie er dabei immer noch Gelegenheit hat, die unangenehme Erfahrung zu machen, daß für einige Köpfe auch der beste Unterricht verlohren gehet. Fortgesetztes Studium in diesem Fache ist also keinesweges eine leichte Sache, und daher mus ich um einige Nachsicht bei diesem Versuche bitten, welche ich bei Sachverständigen desto eher zu finden hoffe, weil sie aus eigener Erfahrung von den Schwierigkeiten bei dem mathematischen Elementarunterricht überzeugt sind.

Mit lebhaftem Vergnügen bemerke ich, daß seit einiger Zeit manche geschickte Jugendlehrer leichtere Wege zu einer gründlichen

lichen Kenntnis dieser Wissenschaft vorgeschlagen haben, und dadurch die weitere Ausbreitung derselbigen nicht wenig befördern. Mit Dank erkenne ich es, daß ich aus ihren Schriften manche Belehrung und Gelegenheit zu weiterem Nachdenken geschöpft habe. Sollten also meine Bemerkungen nicht alle neu sein; so wird man mir dieses um desto weniger zum Vorwurf machen, ie vortheilhafter es für iede Wissenschaft ist, die Erlernung derselbigen auf mancherlei Art zu erleichtern, die Vorschläge dazu in mancher Verbindung zu wiederholen, und auf verschiedenen Seiten zu betrachten. Ueberdieses kann ich mit Wahrheit versichern, daß ich manches gesagt habe, was ich durch eignes Nachdenken gefunden, und sorgfältig geprüft habe. Nur vereinte Bemühungen vieler Jugendlehrer lassen mit der Zeit grössere Vollständigkeit in der Methodenlehre hoffen: bis dahin mögen einzelne Erfahrungen den Weg dazu bahnen helfen.

Ich glaube nicht, daß man iezo noch nöthig hat, das alte Vorurtheil zu bekämpfen, daß schriftliche Anweisungen zur Einrichtung des Unterrichts ziemlich entbehrlich seyen, weil dieser doch nur durch Uebung allein gelernt würde. Man hat den Nuzzen der bessern Erziehungsschriften in unsern Tagen zu sehr eingesehen, als daß man dergleichen grundlose Behauptungen länger wiederholen sollte. Es wird freilich nie ein verständiger Mensch leugnen, daß eigene Uebungen bei der Unterweisung der Jugend, wie überhaupt bei allen geistigen und körperlichen Beschäftigungen zur Vervollkommnung am meisten beitragen: daß aber deswegen Uebung das einzige Mittel dazu sei — dies bedarf keiner Widerlegung.

Mehr aber mögte bei Vielen noch der Einwurf gegen die Methodenlehren gelten, daß sie zu oft sich untereinander selbst widersprächen, und daher meist unrichtig, oder nicht allgemein anwendbar seyen. Sollte dies auch bei manchen Büchern dieser Art

Statt finden, so ist es doch gewis nicht bei denen der Fall, welche mit Ueberlegung und reifer Beurtheilung geschrieben sind. Diese widersprechen sich im Grunde nie in solchen Dingen, wo es auf die Hauptpunkte des Unterrichts ankommt. Nur mus man bedenken, daß es verschiedene Wege geben kann, die alle zu einem Ziele führen. Wenn also von dem Einen dieser, und von einem Andern ein etwas verschiedener Weg vorgeschlagen wird: so sezzen sie doch beide einerlei Principien fest, nach welchen sie ihre Vorschriften einrichten, und lassen einem Jeden die Wahl, nach den Umständen, in welchen er sich befindet, bald diesen bald ienen Weg zu gehen. So wie sich der Lehrer der Moral nach seiner Lage und allen mitwirkenden Verhältnissen verschiedener Vorstellungsarten bedient, seinen Lehren iedesmal den besten Eingang zu verschaffen: eben so mus auch der wissenschaftliche Unterricht nach manchen Umständen bestimmt und verändert werden, ohnerachtet er in der Haupt-

sache keine Aenderung leiden darf. Dies sei genug zu meiner Rechtfertigung, wenn einige meiner Leser in diesem oder ienem Punkte nicht einerlei Meinung mit mir haben sollten. Gründe, die mich eines bessern belehren, werden mir allezeit sehr angenehm sein.

Ich habe meine Bemerkungen mit einigen Exempeln zu erläutern gesucht. Nur nach dieser Absicht, nicht als vollkommene Muster wünschte ich dieselbigen beurtheilt zu sehen.

Erster Abschnitt.

Von dem Nuzzen der Mathematik.

Die Mathematik hat einen unbeschreiblich grossen Einflus in die meisten Geschäfte des menschlichen Lebens. Alles was sich in Ansehung der Grösse nach einem gewissen Maase bestimmen läst, ist ein Gegenstand der Mathematik: die Grösse mag nun extensiv sein, wie bei einer ausgedehnten Fläche, einem Körper, oder intensiv, wie bei der Messung des Lichts, der Wärme, Dikke der Luft. Seit einigen Jahrhunderten ist ihr Umfang so sehr erweitert worden, daß sie iezo gewis eine der vielumfassendsten Wissenschaften ist: und noch immer läst sich ihre Anwendung weiter ausdehnen, von Tag zu Tag lehren uns neue Untersuchungen scharfsinniger Forscher, daß diese Quelle menschlicher Kenntnisse fast unerschöpflich ist. Seitdem die Menschen immer weiter in der Kultur fortgeschritten sind; seitdem sie in grossen Staaten in tausendfältige Verhältnisse miteinander gekommen sind, und dadurch

ihre natürlichen Bedürfnisse durch eine Menge erkünstelter vermehrt worden sind; seitdem man sich von der rohern und einfachern Lebensart der frühern Erdebewohner mehr entfernt, nnd überall mehr Bequemlichkeit und Vergnügen mit dem menschlichen Leben verwebt hat, ist der Einfluß der Mathematik in dasselbe so sehr gestiegen, ist ihre Anwendung so unentbehrlich und mannigfaltig geworden, daß iezo fast kein Mann von Erziehung ihre Grundlehren ganz entbehren kann. Eine Menge Gelehrte beschäftigen sich mit den tiefsinnigsten Untersuchungen und Theorien dieser Wissenschaft, uoch eine grössere Anzahl stellen praktische Uebungen darinnen an, und suchen ihren Mitmenschen bald durch Verfertigung mechanischer Werke, oder optischer Instrumente, bald durch Ausmessungen der Länder oder der Laufbahnen der Gestirne zu nuzzen. Der Kammeralist, Forstverständige, der Krieger, bedienen sich ihrer mit grossem Vortheil, und würden ohne sie nur sehr mangelhafte und unvollständige Kenntnisse in ihrem Fache erlangen können. Wie wäre es ohne Anwendung der Grössenlehre möglich, das weitläuftige Feld der Naturlehre gründlich zu bearbeiten! Wie unsicher und unüberzeugend bleiben oft die mühsamsten Untersuchungen der Naturforscher, wofern sie nicht auf diese unerschütterliche Grundlage gebaur sind! Es

würde

würde zu weitläuftig seyn, nur die vornehmsten Aufklärungen zu betrachten, welche die Physik durch die Mathematik erhalten hat: vielleicht auch überflüßig, da heut zu Tage wohl wenige mit den vorzüglichsten Naturwirkungen, und dem Nuzzen, welchen wir davon ziehen, so unbekannt sind, daß sie wenigstens nicht wissen sollten, wie unumgänglich nothwendig bei allen diesen Untersuchungen mathematische Kenntnisse vorausgesezt werden. Von dem Lehrer dieser Wissenschaften erwartet man ohnehin, daß er seine Zuhörer früh durch eine Menge ausgesuchter Beispiele die genaue Verbindung derselbigen lehre. Doch davon weiter unten. Nur noch dieses verdienet hier kürzlich bemerkt zu werden, daß auch der Künstler und gemeine Handwerker in manchen Fällen nicht ganz unwissend in den Grundsäzzen der Mathematik seyn darf. Blose empirische Anweisungen ohne hinlängliche Gründe, wie sie bei den meisten Handarbeiten gewöhnlich sind, leiten oft so unsicher, verursachen so manche vergebliche Arbeit, und bringen auf allen Seiten so vielen Schaden, daß es der eifrigste Wunsch iedes Beförderers des gründlichen Denkens und Handelns seyn mus, auch in diesem Theil menschlicher Beschäftigungen die Mathematik mit mehrerem Eifer anwenden zu sehen. Zur Ehre unserer Zeiten gereicht es, daß

man

man iene zweklose Methode immer sorgfältiger zu verbannen sucht, und bessere Unterweisungs-anstalten für manche Klasse von Künstlern errichtet. Wie vortheilhaft dieses iezo schon für die Bedürfnisse des gemeinen Lebens, und die Bequemlichkeit der feinen Welt ist, und noch werden kan, wie sehr dadurch das Künstlertalent entwikkelt, und zu neuen Erfindungen geleitet wird, mit welchen Annehmlichkeiten dadurch das Einförmige mancher mechanischen Arbeiten versüset wird, beweiset die tägliche Erfahrung.

Ausser diesen Vortheilen, die zunächst aus dem Studium der Mathematik fliesen, gewähret sie noch manche andere, die nicht weniger schäzbar sind, und die sie zu dem Range einer vortreflichen Vorbereitungswissenschaft für ieden Studierenden erheben. Weil bei einem zwekmäsigen Vortrag derselbigen vor allen Dingen auf Festsezung deutlicher Begriffe gesehen wird; weil keine dunkele oder halbverstandene und verwirrte Grundsäzze und Erklärungen in derselben vorausgesezt werden dürfen, wenn man mit Gewisheit nur einen Schritt weiter thun will: so gewöhnt sich der Lehrling durch fleißige Uebung in derselben, auch bei andern Geistesbeschäftigungen die Grundbegriffe aufzuhellen, und sich nie mit unverständlichen und undeutlichen Ideen

zu befriedigen, so lang er noch Hofnung hat, festere Gründe finden zu können. Wer schon davon überzeugt ist, daß am Ende alles auf richtiges und deutliches Denken ankommt, wenn man Wissenschaften mit Nuzzen treiben will, und nur einen Blik auf die unzähligen Verirrungen des menschlichen Geistes wirft, die so oft aus Vernachläßigung früher Aufklärung des Geistes entstanden sind: der wird iedes Mittel hierzu, worunter mathematische Uebungen gewis keines der geringsten sind, ernstlich empfehlen.

Sie sind es auch, die unserer Seele die Richtung zur Ordnung im Denken und Handeln geben. Eine Wissenschaft, wo man immer von deutlichen Begriffen ausgehet, daraus Folgerungen herleitet und beweiset, ohne einen Zwisensatz zu überspringen, und eine Lüke in der Gedankenfolge zu lassen; ohne von dem natürlichen Gange unserer Ideen abzuweichen, und Säzze hineinzuziehen, die entweder nicht passend, oder noch nicht gehörig bewiesen sind: kurz, die uns den geradesten und leichtesten Weg zu dem vorgestekten Ziel leitet, gewöhnt uns nach und nach bei allen andern Verrichtungen von bestimmten und richtigen Principien auszugehen, und ieden Irrweg zu vermeiden. Sie gewöhnt uns auch unsern Vortrag — er sei schriftlich oder mündlich — überzeugend einzurichten, und

ieden

jeden Saz, so viel als möglich ist, auf feste Beweise zu bauen: weswegen sie zur Ausbreitung nüzlicher Kenntnisse, und immer stärkerer Begründung der vornehmsten Wahrheiten gewis keine geringe Dienste leistet.

Einer der wichtigsten Vortheile bei dieser Art von Geistesbeschäftigung ist die ausdauernde Uebung in der Anstrengung der Seelenkräfte. Die Mathematik erfordert schlechterdings, daß Jeder, der einige Fortschritte in derselbigen machen will, sich zu geduldiger und anhaltender Untersuchung gewöhne, theils weil ihre Lehren selten auf den ersten Blik gefast werden, theils weil immer Uebersicht des Ganzen nöthig ist, um die ordentliche Schlusfolge völlig zu verstehen. Hier findet sich nichts von abgebrochenen isolirten Kentnissen, die man einzeln ohne Mühe lernt, ohne sich um das vorhergehende zu bekümmern, und wo man häufige Zerstreuungen einmischen darf; sondern Festhalten der gefasten Idee, Abziehung von fremden Gegenständen, systematische Ordnung in der Gedankenfolge, sind Bedingungen, ohne welche alle Mühe vergebens ist. Die Schwierigkeiten, die Anfänger dabei finden, werden bald durch die unendlich nüzlichen Fertigkeiten, welche sie sich dadurch erwerben, reichlich belohnt. Gewöhnung zur Geistesanstrengung ist an und für sich schon schäzbar. Der

Trieb

Trieb zur Beschäftigung liegt tief in unserer Seele, und macht eigentlich das Wesen derselbigen aus: ohne ihn würden wir keine denkenden und empfindenden Geschöpfe seyn. Je mehr wir ihn auszubilden, und ihm die gehörige Richtung zu geben suchen, desto besser erreichen wir unsere Bestimmung in unsern iezigen und dereinstigen Verhältnissen. Daher sehen wir, daß sich der menschliche Geist an so vielen Dingen übt, die für dieses Leben von weiter keinem grosen Nuzzen sind: wozu anders sollte diese Uebung dienen, als dem nach Ideen strebenden Geist Nahrung und Richtung auf die Zukunft zu geben? Nichts, was das Reich unserer Kenntnisse erweitert, ist daher unwichtig, insofern es eine Schule für den denkenden Kopf ist, in der er sich zu seiner Bestimmung vorbereitet. Diese Bestimmung soll er aber zum Theil schon in diesem Leben erfüllen, und dieses ist der Punkt, worauf wir uns noch etwas weiter einlassen wollen. Fast iede Lage in den gebildetern Ständen erfordert Männer, die im Stande sind, anhaltende Arbeiten zu verrichten: vorzüglich findet dieses bei dem Stande der Studierenden Statt. Nicht nur der kleine Theil, welcher sich mit wissenschaftlichen Untersuchungen abgibt, sondern alle, die dem Staate in einem Amte nuzzen wollen, müssen zuweilen Tage und Monathe lang sich gewissen

Geschäf-

Geschäften ohne grosse Unterbrechung widmen. Wie wichtig ist es für diese, schon früh den Trieb zur Thätigkeit gestärkt und genährt zu haben, und nicht so leicht Ueberdrus an manchen nothwendigen, oft nicht sehr angenehmen Beschäftigungen zu finden! Zu unserer Zeit sind die Beispiele von dem Gegentheil so häufig — vorzüglich in der wichtigen Klasse von Menschen, die sich mit Wissenschaften abgeben, finden sich so viele, die Müßiggang dem ehrenvolllen Streenb nach Kenntnissen vorziehen; so viele, die durch fade Lektüre, und andere geringfügige Unterhaltungen den Geschmak für solidere Nahrung des Geistes völlig verlieren, daß es für ieden Menschenfreund die dringendste Angelegenheit wird, diesem verderblichen Hange entgegen zu arbeiten, und frühe Uebung in ernstlichen Beschäftigungen — es mag nun durch Mathematik oder andere Wissenschaften geschehen — befördern zu helfen.

Aus eben diesem Gesichtspunkt läst sich noch eine Seite entdeken, die für die Mathematik sehr empfehlend ist: dies ist nehmlich das vielfältige Vergnügen, welches sie ihren Verehrern gewähret. Beschäftigung der Denkkraft, wenn sie nicht zu stark anhaltend ist, ist weit angenehmer, als leichte Geschäfte, und für Manchen, der sich dazu gewöhnt hat, weit unentbehrlicher, als so manche andere Erholungen, die Geist

und

und Herz leer lassen. Wenn man nun weiter die Vorstellung damit verbindet, eine Wissenschaft von so ausgebreitetem Nuzzen zu treiben: so versüset die angenehme Aussicht in die Zukunft alle Arbeit und Mühe reichlich.

Wie nüzlich also die Mathematik in manchem Betracht für ieden Studirenden sey, der sie auch nicht vollkommen zu erlernen nöthig hat, sondern ihr nur einen Theil der Vorbereitungszeit auf andere Wissenschaften widmet, ist, wie mich dünkt, offenbar. Ich will also nur noch eines Grundes erwehnen, weswegen sie unter den menschlichen Kenntnissen einen so vorzüglichen Plaz behauptet. Sie ist auf unläugbare, und allgemein anerkannte Grundsäzze gebauet. Nie wird sich der denkendste Kopf unterstehen, ihre Gründe nur einigermasen zweifelhaft zu machen: iederman weis schon zum voraus, daß alle Bemühungen, etwas gegen die reine mathematische Wahrheiten einzuwenden, eine vergebliche Arbeit sind, und daß deswegen der höchste Grad von Gewisheit, der für uns möglich ist, mit dem Nahmen der mathematischen belegt wird, — eine Ehre, die sich bisher noch keine andere Wissenschaft zueignen konnte. Die Ursache von dieser ausserordentlichen Evidenz findet sich in der Anlage des menschlichen Geistes, vermöge welcher er fähig ist, Raum- und Zeit-

verhältnisse unabhängig von aller Erfahrung in reiner Anschauung zu erkennen. Wie reich an Folgen für die spekulative und praktische Philosophie eine genaue Auseinandersezzung dieser, bisher so verwirrten Materie ist, und wie vielen Dank die gelehrte Welt dafür Herrn Professor Kant schuldig ist, wird wohl schwerlich vielen meiner Leser unbekannt seyn. Wie sehr durch diese Bemühung der große Vorzug der Mathematik vor vielen andern Disciplinen in Ansehung der Evidenz ins Licht gesezt worden ist, wie viel schäzbarer sie nun iedem Liebhaber der Weisheit seyn mus, da er überzeugt ist, daß sie nicht wie manche andere Kentnisse der Menschen unzähligen Revolutionen unterworfen ist, dies bedarf hier keiner weitern Ausführung.

Zweiter Abschnitt.

In wie fern ist die Mathematik ein Gegenstand des Schulunterrichts.

Bei alle dem grossen Nuzzen, den die Grössenlehre hat, verdient doch die Frage, die auch noch zu unserer Zeit zuweilen wiederholt wird, eine weitere Ueberlegung: Ob die Gründe derselben schon in den Schuliahren, oder erst in dem rei-

reifern Alter erlernt werden sollen. Die häufigen Erfahrungen von dem glüklichen Erfolge des mathematischen Schulunterrichts begünstigen die erstere Behauptung nicht durchgehends stark genug, daß sich nicht noch einige Vertheidiger der leztern finden sollten. Zwei Ursachen sind es hauptsächlich, die sie zur Vertheidigung ihrer Meinung anführen: daß nemlich diese Wissenschaften für das jugendliche Alter zu schwer wären, und zu viele Zeit raubten. In diesen Jahren, sagt man, sind die untern Seelenkräfte weit thätiger, als die obern; wozu nuzt es also, diese ehe ernstlich zu beschäftigen, als sie sich gehörig entwikkelt haben, da sie bei mehrerer Reife weit geschikter dazu sind? Wie leicht ist Ueberspannung derselben möglich, so lange sie noch keiner anhaltenden Anstrengung fähig sind!

Diese Einwürfe treffen eine vernünftige, auf Kenntnis der menschlichen Seele gebaute Methode des Unterrichts nicht, und würden alsdann nur ihre Kraft behalten, wenn der Lehrer unbesonnen genug wäre, seine iüngern Zöglinge wie Männer zu behandeln, und mehr von ihren Fähigkeiten zu forbern, als sie leisten können. Aber zu oft ist es der Fall, daß man gegen den Misbrauch einer Sache streitet, und dabei übersieht, daß noch ein vernünftigerer Gebrauch möglich ist. — Dies leugnet Niemand, daß

die Kräfte des Verstandes erst in reiferem Alter zu vollkommener Stärke gelangen, daß nicht alles, was Erwachsenen begreiflich ist, auch schon in früherer Jugend ohne Einschränkung gelehrt werden darf, ohne nachtheilige Folgen besorgen zu müssen. Es kommt also alles auf die gehörige Begrenzung und zwekmäsige Behandlung an, um diese Fehler glüklich zu vermeiden. Hievon werde ich in der Folge Gelegenheit haben, weiter zu reden. Nur dieses einzige mus ich hier noch bemerken, daß ich überall Rüksicht auf den grösseren Haufen der Lehrlinge nehme; daß also einzele Subiekte, die aus Mangel des Genie's, oder des Fleisses bei der besten Lehrart keine Fortschritte machen, keineswegs als Beweise für die obige Behauptung, sondern nur als Ausnahmen anzusehen sind: diese Beispiele können destoweniger gegen den mathematischen Schulunterricht beweisen, weil bei iedem andern Geschäfte ebenfalls dergleichen Ausnahmen Statt finden.

Aber, sagt man weiter, sollte die Erlernung der Mathematik bei der frühern Bildung nicht zu viele Zeit kosten, die zu nöthigern Dingen verwendet werden müste? — Ohne einem einzigen wirklich nothwendigen Stük des Unterrichts nur das Geringste von seinem Nuzzen abzusprechen, glaube ich doch nach meiner bisheri-

gen

gen Ueberzeugung behaupten zu können, daß ich, was wissenschaftliche Bildung anbelangt, keinen Theil derselbigen kenne, welcher nüzlicher als dieser wäre. Wenn man also bei ordentlicher Vertheilung der Lektionen keiner mehr Zeit widmet, als ohne Versäumung der andern geschehen kann: so fällt das Ungeräumte dieser Besorgnis von selbst in die Augen.

Von gleicher Art ist eine andere: daß nehmlich doch längere Zeit dazu gehöre, wenn iüngere Zöglinge einige Vollkommenheit in diesem Fache erlangen wollen, als bei Erwachseneu nöthig ist; daß diese in kurzer Zeit mehr darinn thun können, als iene in einigen Jahren. — Ohne dabei stehen zu bleiben, daß dieser Saz sich auch bei ieder andern Art von Kenntnissen mit gewisser Einschrenkung behaupten läst, wollen wir die Sache noch auf einer andern Seite betrachten. Es ist im geringsten kein Zeitverlust, wenn Kenntnisse, die des vernünftigen Menschen würdig sind, sobald als es die Umstände erlauben, nach und nach erlernt werden. Langsame aber sichre Fortschritte führen bald zu immer grösserer Fertigkeit, so daß der anfängliche mehrere Zeitaufwand in der Folge reichlich ersezt wird. Wie mancher Jüngling, dem es ehedem an Gelegenheit fehlte, den Grund in irgend einer Wissenschaft zu legen, würde in den akade-

mischen Jahren in denselben weit mehr thun können, wenn er alsdann nicht noch die Elementarkenntnisse nachholen müste! Wird dieses bei andern Kenntnissen zugegeben, so findet es gewis auch bei den mathematischen Statt. Die Erfahrung lehret überdieß, daß sehr viele Studierende in reiferen Jahren kein Vergnügen an der Mathematik finden, wenn sie sich ehedem noch wenig oder gar nicht mit derselben bekannt gemacht haben. Ohne Zweifel kommt bei Manchen diese Abneigung daher, weil es ihnen nun zu schwer fällt, den Vortrag akademischer Lehrer — er sei auch noch so faßlich — hinlänglich zu begreiffen, und weil sie auch wohl die Mühe scheuen, sich nun noch durch eigenen Fleis in diese Wissenschaft hinein zu studieren. Würden sie aber schon in frühern Jahren sich mit mathematischen Begriffen bekannt gemacht, und an ihnen Vergnügen gefunden haben, so wäre wohl so leicht nicht zu besorgen, daß sie ihre zukünftigen Lehrer nicht verstünden. Die Gründe hiervon liegen, deucht mich, zu sichtbar in der menschlichen Natur, als daß ich nöthig hätte, sie weiter hier anzuführen. — Auch noch folgende Betrachtung empfiehlt die Verbindung der Mathematik mit den übrigen Schulwissenschaften, daß so viele Schüler gar nicht zum Studieren bestimmt sind, und also selten weiter etwas davon hören; daß auch manche Studierende in der kurzen akademischen

mischen Laufbahn wenig oder gar keine Zeit darauf verwenden, und also das, was sie in den Schuliahren davon gelernt haben, in der Folge doch öfters nüzlich finden.

Ich wende mich nun zu der Frage: mit welchen Einschränkungen läst sich Mathematik in Schulen vortragen? Denn so nothwendig auch diese Wissenschaft zum Schulunterricht gehört; so scheinet mir doch eine vernünftige Begrenzung derselben der grösten Aufmerksamkeit würdig. Dieselbe verdient in doppelter Rüksicht betrachtet zu werden: erstlich in Ansehung der Jahre, für die dieser Unterricht vorzüglich gehört; zweitens in Ansehung der Sachen, die aus dem weitläuftigen Felde dieser Wissenschaft für das iugendliche Alter ausgewählt werden müssen.

Es ist ohne Zweifel von grossem Nuzzen, schon in der frühen Kindheit den Geist zum ordentlichen Denken anzugewöhnen, und zu dieser Absicht nuzt man bei einer sorgfältigen Bildung gewis iedes Mittel, das für dieses Alter Interesse genug hat. Mit gutem Grunde läst sich also behaupten, daß eine Auswahl von den leichtesten und interessantesten arithmetischen und geometrischen Säzzen und Aufgaben schon für das Kind angenehm und nüzlich gemacht werden kann. Wir haben hiezu, wie iedem Lehrer in diesem Fache bekannt sein mus, seit einiger

Zeit sehr schäzbare Anleitungen erhalten, welche beweisen, daß nur gesunde Beurtheilungskraft des Lehrers, und Herabstimmung zu dem Fassungsvermögen der kleinern Jugend dazu gehört, um manche schwerscheinende Kenntnisse für dieselbe leicht und schmakhaft zu machen. Einiger Vorschmak von diesen ersten mathematischen Principien, ohne überall auf erschöpfende Definitionen oder strenge Beweise zu sehen, mit beständiger Rüksicht auf die noch wenig ausgebildeten Verstandeskräfte, und daher durchgängig mit aller möglichen sinnlichen Darstellung verbunden, ist für den grösten Theil der Kinder eine ausserordentlich nüzliche Vorübung. Sollte man aber hiebei Schwierigkeiten finden, ohnerachtet ich glaube, daß sich dieselbigen bei anhaltendem Studium der jugendlichen Geisteskräfte, und hinlänglicher Bekanntschaft mit der Wissenschaft selbst immer überwinden lassen: so ist doch wenigstens eine empirische Anleitung zur Auflösung der vornehmsten arithmetischen Aufgaben schon in früher Jugend nothwendig.

Mit dem scientifischen Vortrag der Mathematik wartet man billig, bis in ein weiteres Alter, weil die Seele des Kindes selten fähig ist, die Beweise derselben durchgehends einzusehen, vielweniger ein ganzes System von solchen zu fassen. Es gehört dazu schon mehr Abstrak-

tions-

tionsvermögen, ein höherer Grad von Aufmerksamkeit, und ruhige Uebersicht des Ganzen, als man bei diesem Alter voraussezzen darf. Und wenn auch einige diese Fähigkeiten früher äussern, wie dieses die Erfahrung zeigt; so mögte doch eine zu ernstliche und angreifende Geistesarbeit auch für diese eher schädlich, als nüzlich sein. Mir ist selbst ein Beispiel von einem iungen Menschen bekannt, welcher schon in seinem elften Jahre die meisten Lehren der Arithmetik und Geometrie mit ihren Beweisen gefaßt hatte, und vortragen konnte: in reifern Jahren aber einen merklichen Grad von Stumpfheit des Verstandes verrieth, und weder in diesen, noch in andern Wissenschaften etwas vorzügliches geleistet hat. Doch giebt es auch in dieser Rüksicht seltene Ausnahmen, die aber hier nicht in Betracht kommen.

Wenn tritt denn wohl der eigentliche Zeitpunkt ein, wo man anfangen kann, die Mathematik als Wissenschaft zu treiben? Ganz bestimmt läßt sich dieses nicht festsezzen, weil die Fähigkeiten der Lehrlinge zu sehr verschieden sind, und bei dem Einen längere Zeit zur Entwikkelung brauchen, als bei dem Andern. Einige fangen schon frühe an, eine ziemlich reife Beurtheilungskraft zu zeigen: andere müssen längere Zeit haben, bis sie eine Sache im Zusammenhang

 fassen

fassen, und Schlüsse daraus ziehen können. Indessen läst sich doch im Allgemeinen die Zeit des vierzehenten oder funfzehenten Jahres ohngefähr für die Periode annehmen, wo sich bei den Meisten diese Fähigkeiten entwikkeln. Bei dem öffentlichen Unterricht, wo man sich immer nach der grössern Klasse von Zuhörern richten mus, wo man einen vermischten Haufen von iungen Leuten vor sich hat, die man sich weder zu sehr, noch zu wenig vollkommen vorstellen darf, wird man die Beobachtung durchgehends bestättiget finden, daß in den angegebenen Jahren die Uebung im Denken und Urtheilen, und das Vermögen, eine Folge von Schlüssen im Zusammenhang zu übersehen, sich bei den Meisten schon in ziemlicher Reife zeigt. Es bleibt von diesem Zeitpunkt, bis zur Beziehung der Akademie auch noch hinlängliche Frist übrig, sich einen ziemlichen Schaz von Vorkentnissen in diesem Fache zu erwerben. — Beim Privatunterricht, wo man nur wenige Lehrlinge zu bilden hat, ist die Zeit, wo der wissenschaftliche Vortrag der Mathematik seinen Anfang nehmen mus, leichter zu bestimmen, wenn man das Genie derselben einmal kennt, und mit Gewisheit voraussezzen darf, daß sich die oben berührte Fähigkeiten bei denselben schon in hinlänglicher Vollkommenheit finden.

Bei der Bestimmung der Grenzen des mathematischen Schulunterrichts kommt es ferner auf eine zwekmäsige Auswahl der vorzüglichsten Theile dieser Wissenschaft an. Es ist leicht, bei dieser Bestimmung auf der einen oder der andern Seite zu weit zu gehen, wenn der Lehrer von dem grossen Nuzzen einer Theorie überzeugt ist, und sie ohnerachtet ihrer Schwierigkeiten sobald als möglich seinen Zuhörern vorzutragen sucht. Er mißt die Vorkenntnisse und das Fassungsvermögen derselben zu sehr nach seinem eigenen, oder hoft wenigstens von seinem herabgestimmten Vortrag mehr, als er der Erfahrung zu Folge erwarten sollte. Oft macht es die Beschaffenheit sehr tief gehender Untersuchungen unmöglich, sie in der lichtvollen und deutlichen Sprache vorzustellen, als für Anfänger von diesem Alter nöthig wäre. Und besäse der Docent auch wirklich diese Kunst in dem gehörigen Grade, so fehlt es doch gewis von Seiten der Zuhörer meist an unablässigem Privatfleis, ohne welchen Niemand diese abstrakte, tiefliegende Kentnisse durchschauet. — Auf einer andern Seite ist die Ueberschreitung des gehörigen Maases noch leichter; wenn nehmlich der Lehrer solche Materien in seinen Vortrag ziehet, die zwar nicht zu schwer, aber noch zur Zeit von gar keinem oder wenigem Nuzzen sind. Es ist also eine Hauptre-

gel für ihn, nur solche Disciplinen auszuheben, die für den Anfänger verständlich und nüzlich sind. In wie fern diese Regel auch bei der Behandlung der einzelnen Abschnitte und Säzze ihre Anwendung finde, davon wird im folgenden geredet werden.

Die höhere Geometrie und Analysis sind Beispiele von solchen Wissenschaften, die zwar von iedem Kenner unter die wichtigsten und nüzlichsten gerechnet werden, aber dennoch von dem Schulunterricht mit Recht ausgeschlossen werden, weil im entgegengesezten Falle die Begierde zum Lernen eher erstikt, als unterhalten werden würde. Um nicht misverstanden zu werden, mus ich noch hinzusezzen, daß für den Lehrer selbst diese erhabenen Entdekungen des menschlichen Geistes allerdings ein wichtiges Studium bleiben, welches er nie versäumen sollte: denn ie weiter er in den Kenntnissen, in denen er Unterricht ertheilet, fortgeschritten, ie tiefer er in die spekulativsten Untersuchungen derselben eingedrungen ist, desto besser uneerscheidet er das schwere und leichte, das nüzliche und weniger brauchbare. Sein Vortrag bekommt dadurch in den ersten Principien mehr Bestimmtheit und Deutlichkeit, verliert sich nicht so leicht in unwichtigen und leeren Bemer-

kungen,

kungen, paſt iedesmal beſſer zu dem Ideengang der Lernenden, und begegnet überall den Schwierigkeiten glücklicher, die dieſen aufſtoſen können. Popularität (wenn ich mich dieſes Worts hier bedienen darf) iſt eine Frucht des langen Nachdenkens über die tiefſten eſoteriſchen Unterſuchungen, nach deren gehöriger Prüfung und Läuterung es leicht wird, den Vortrag den Begriffen der Ungeweihten völlig anzupaſſen.

Beiſpiele der andern Art ſind ſphäriſche Trigonometrie, Theorie der Sexageſimalbrüche u. d. g. die zwar von iedem Aufmerkſamen ohne Mühe begriffen werden, aber weil ihr Nuzzen zu entfernt liegt, leicht das Intereſſante verliehren, welches bei iedem Theile des Unterrichts die Lernbegierde unterhalten mus. Dies würde in der That Zeitverluſt ſeyn, welcher für andere nöthige Kentniſſe nachtheilig wäre, wenn man in frühern Jahren ſolche Lehren weitläuftig vortragen wollte, die ſich ohne den geringſten Nachtheil bis zum reifern Alter verſchieben laſſen, wo ſie nach gelegten Gründen mit der halben Mühe gefaſt werden.

Vielleicht iſt es nicht ganz unnüzlich, wenn ich die einzelen mathematiſchen Wiſſenſchaften, die zum Schulunterricht gehören, genauer anzeige, und noch einige Bemerkungen über die

Behand-

Behandlung derselben überhaupt beifüge, ehe ich zu besondern Regeln der Methode übergehe. Eine allgemeine Anmerkung, die Ordnung betreffend, in welcher diese Wissenschaften mit vorzüglichem Nuzzen gelehrt werden können, will ich voraus schikken.

Wenn die Kentnisse der Lehrlinge, die den ersten Anfang in der wissenschaftlichen Erlernung der Mathematik machen sollen, ziemlich gleich sind, wenn sie auch schon vorher die Arithmetik praktisch erlernt haben, und also soviel davon, als zum Verstehen der Geometrie nöthig ist, wissen: so mögte es wohl am besten seyn, wenn man mit der leztern den Unterricht anfinge. Es würde dieses den gewissen Vortheil bringen, daß gleich im Anfang die Aufmerksamkeit und das Interesse sehr vermehrt würden. Wenn die Arithmetik vielleicht schon mehrere Jahre praktisch geübt worden ist, und hierauf sogleich der gründliche Unterricht derselben folgt: so empfinden Anfänger gewis weniger Reiz zu diesem Studium, als wenn sie vorher auch mit andern Theilen der reinen Mathematik bekannt gemacht werden. In der Geometrie finden sie mehr neue Gegenstände, die sich auch überdas durch mehr sinnliche Darstellung empfehlen, als die Grundbegriffe der Arithmetik. Mein Vor-

schlag

schlag gehet derowegen dahin, das Ganze in verschiedenen Cursus vorzutragen, wie dieses schon von mehreren Schriftstellern vorgeschlagen worden ist, worunter ich nur Herrn Thielen nenne, welcher in seinem vor einigen Jahren herausgegebenen Lehrbuch der reinen Mathematik mit einer Vorrede von Herrn Hofrath Kästner, diesen Vorschlag weiter ausgeführt hat. Da ich vorzüglich nur für angehende Lehrer diese Bemerkungen bestimmt habe, um denenselben wenigstens Gelegenheit zu genauerer Prüfung verschiedener Methoden zu geben: so wird man mir es, wie ich hoffe, verzeihen, wenn ich manche Ideen, die bekannt sind, und schon von Mehreren in der Ausübung nüzlich befunden worden sind, hier anführe. — Bei beständiger Rüksicht auf diese Absicht meiner Schrift kann es mir ferner nicht zum Vorwurf gereichen, daß die Umstände meine Vorschläge in der Anwendung zuweilen unmöglich machen. Denn wie selten sind Regeln, die nirgends eine Ausnahme leiden! Doch läßt sich öfters eine Unbequemlichkeit mit leichter Mühe aus dem Wege räumen. Wenn der Haufe der Lernenden sehr vermischt ist: so würde freilich die obige Lehrmethode nur alsdann ausführbar seyn, wenn man die Bessern und Schlechtern trennte, und nur mit diesen den vorgeschlagenen Weg gienge: die Er-

steren aber ohne grosse Umschweife zu einer gründlichen Kenntnis der Arithmetik und Geometrie führte.

In dem ersten geometrischen Cursus bedarf man nicht so viele Sätze, um ein verständliches System aufzubauen: das Ganze mus noch sehr in die Kürze zusammengezogen werden. Meine Meinung gehet nicht dahin, daß man aus unbewiesenen, oder doch nicht vollständig bewiesenen Säzzen Folgerungen herleiten dürfte. Dadurch würde die Geometrie zu einem blossen Gedächtniswerk herabgewürdiget, und der grosse Nuzzen, den sie in Ansehung der Gründlichkeit und Ordnung zu bewirken im Stande ist, würde nicht erreicht werden. Nur in so fern kann man sich bei dem ersten Vortrag derselbigen einschränken, daß man einzele Materien, die keinen Einflus in das Folgende haben, übergeht. Unter den mannigfaltigen Aufgaben, die der praktische Feldmesser wissen mus, wählt man nur einige der vorzüglichsten, besonders solche, die in der Folge ohne zu grosse Schwierigkeiten auf dem Felde können gezeigt werden. Ueberflus in Beispielen ist zu keiner Zeit unnöthiger und nachtheiliger, als bei der Festsezzung der ersten Gründe einer Wissenschaft: denn einige ausgesuchte reichen zur Erläuterung völlig hin, und lenken das Gemüth nicht zu sehr von den Hauptsäzzen

säzzen ab. — Die Stereometrie und die Gründe der Trigonometrie können iezzo noch ganz weggelassen werden: da es hier mehrere Schwierigkeiten giebt, die man erst alsdann leichter überwindet, wenn der Geist mehr zu mathematischen Arbeiten gewöhnt ist. — Vor allen Dingen lasse man sich angelegen seyn, die Gründe der Wissenschaft recht deutlich und vollkommen einzuschärfen, daß auch bei solchen, welche nur mittelmäsiges Talent besizzen, nicht die geringste Schwierigkeit mehr übrig bleibe. Die Lehren von der Gleichheit und Aehnlichkeit der Triangel verdienen, daß man alle Kunstgriffe anwende, um sie ganz verständlich und geläufig zu machen. Es würde ein Hauptfehfehler seyn, wenn man solche Fundamentalbegriffe eben so, wie die daraus folgende Lehrsäzze behandeln wollte; wenn man sie nicht auf alle Art hervorstechend wichtig machen, und bei der nachherigen Anwendung so lange wiederholen wollte, bis sie von dem Lehrling völlig durchdacht, und bei ieder vorkommenden Gelegenheit sogleich ganz gegenwärtig sind. — Etliche Stunden die Woche werden hinreichend seyn, diesen Cursus in einem halben Jahre zu beendigen.

Hierauf kann die Arithmetik gelehrt werden. Es ist hier eben so nothwendig, alles

Mechanische völlig zu verbannen, und sich hauptsächlich mit den Gründen zu beschäftigen. Weil man nicht nöthig hat, die Verfahrungsart in den leichtern Aufgaben weitläuftig zu erklären, und die Lernenden darinn zu üben, sondern dieses billig voraussezzen darf: so bleibt desto mehr Zeit zu ienem wichtigen Geschäft übrig. Schon so oft ist es gesagt worden, daß kein Rechenmeister mit mechanischen Kenntnissen zufrieden seyn, sondern vorzüglich seinen etwas erwachsenen Zöglingen die Ursache begreiflich und anschaulich machen sollte, warum sie so und nicht anders verfahren: und dennoch wird noch so häufig gegen diese wichtige Regel gefehlt. Wie mancher Geschäftsmann, dessen Beruf weitläuftige und verwikkelte Rechnungen erfordert, verwünscht die zwekwidrige Anweisung, die ihm in der Jugend so unendlich viele vergebliche Mühe verursachet hat! Nach vielen Jahren, die er mit Rechnungsübungen zugebracht hat, weis er nichts weiter, als Regeln ohne Gründe, die so leicht vergessen werden, hat grosse Stösse von Rechenbüchern, voll der verwikkeltesten Exempel, die er zum Theil mühsam berechnet hat, ohne zu wissen, wie er sich in einem ähnlichen Fall verhalten soll. Mir ist ein nicht ganz unberühmtes Gymnasium bekannt, wo der Rechenmeister seine Zeit mit Diktiren der Kunst-

wörter

wörter bei Kauf- und Wechselrechnung und einer Menge Beispiele hinbringt, und zufrieden ist, wenn seine Zuhörer recht viel nachschreiben: um gründliche Einsichten derselben bekümmert er sich nicht. Die nothwendige Folge davon ist, daß sie oft nicht im Stande sind, die leichtesten Exempel für sich, ohne Hülfe ihre Heften auszurechnen. — Noch einen Fehler trift man häufig an, daß man nehmlich die Mittel, weitläufige Rechnungen abzukürzen, entweder gar nicht, oder nicht früh genug einprägt. Zeitersparung ist dem Geschäftsmanne oft wichtiger als alles: wie nüzlich ist es daher für ihn, wenn er sich schon in der Jugend an die Verkürzungsregeln gewöhnt hat. — Weil nicht nur dieses, sondern auch manche andere Uebungen in der Kettenregel, Alligations- und Interusurien-Rechnung u. d. g viele Zeit kosten: so wird dieses Geschäft am besten ganz von dem mathematischen Unterricht getrennt, so daß man in demselben zuerst nur von allem die Gründe zeigt, und hernach in besondern Stunden praktische Uebungen anstellet.

Wenn es die Zeit und Fähigkeiten der Lehrlinge zulassen: so ist einige Uebung in der Buchstabenrechnung und ihren Anwendungen auf die ebengenannten Aufgaben von unverkennbarem

Nuzzen. Beweise und Verfahrungsart sind bei derselben so leicht und kurz, daß der Lehrer die Mühe nicht scheuen sollte, die er, besonders anfangs übernehmen mus, wenn er seine Lehrlinge diesen Weg führen will. Es lassen sich hierbei schon die Grundbegriffe von den Gleichungen geben, wodurch die Anfangsgründe der Algebra unvermerkt festgesezt werden. Wie weit man hier nun noch gehen dürfe, kann nur nach den iedesmaligen Umständen bestimmt werden. — Bei dem ganzen arithmetischen Cursus findet sich wohl keine wichtigere Lehre, als die von den Verhältnissen: diese verdient die ganze Aufmerksamkeit des Docenten, um sie in gehöriger Schärfe zu beweisen, und mit ausgesuchten Beispielen zu versinnlichen. Er darf diese wichtige Fundamentalsäzze nicht ehe verlassen, bis er sich durch Fragen und sonstige Mittel völlig überzeugt hat, daß die Zuhörer keine dunkeln und verwirrten Vorstellungen mehr davon haben.

Der zweite Cursus der Geometrie, welcher nun folgt, kann weit vollständiger als der erste seyn. Man hat nicht nöthig, sich mit manchen Erklärungen und Anmerkungen aufzuhalten, die anfangs vorgekommen sind, und kann also mehrere Zeit auf die Ausfüllung der Lükken und wei-

weitere Entwikkelung iedes einzelen Abschnitts verwenden. Die meisten Kenntnisse der Elementargeometrie lassen sich nun in kurzer Zeit theils wiederholen, theils ergänzen, weil auch hier die Regel gilt, daß nicht alles, was in dem Compendium stehet, einer sorgfältigen Erklärung bedarf, sondern oft dem eigenen Fleis des Lernenden überlassen werden kann. Man hat iezo mit keinen ganz rohen Anfängern mehr zu thun, die fast bei iedem Wort Erklärungen bedürfen. — Die Ausmessung der Körper und die ebene Trigonometrie werden nun zugesezt, und bei der lezten besonders eine möglichst gründliche und deutliche Erklärung der Lehre von den Logarithmen, (wenn man dieselbe nicht lieber vorher bei der Lehre von den Verhältnissen abhandeln will.) Für dieienigen, welche dereinst in dem Studium der Mathematik weiter gehen wollen, ist dieselbige von der grösten Wichtigkeit: für Andere ist sie wenigstens nicht ganz unentbehrlich, besonders auch in der Rüksicht, weil sie ausser den trigonometrischen, auch bei andern Rechnungen öfters zur Abkürzung dient.

Es wäre gut, wenn man in iedem Gymnasium von der angewandten Mathematik wenigstens das Vorzüglichste nach obigen Grundwissenschaften mitnehmen könnte. Die mannigfal-

tigen und nüzlichen Anwendungen der lezteren liesen sich dadurch am deutlichsten zeigen, und der Jüngling würde manche Kenntnisse lernen, die ihm in iedem Stande nothwendig sind. Und warum sollte sich dieses nicht möglich machen lassen, da man zur Erklärung eines zwekmäsigen Auszugs eben so viele Zeit nicht nöthig hat? Die reine Mathematik läst sich bequem in anderthalb Jahren nach obiger Ordnung beendigen, wenn man nur zwei bis drei Stunden wöchentlich dazu aussezt. Wenn hierauf die angewandte Mathematik sogleich folgt: so erfordert sie gewis nicht mehr Zeit als drei Vierteliahr, oder höchstens ein Jahr, um für Anfänger hinlänglich erklärt zu werden. Denn es versteht sich von selbst, daß man aus den vielen Theilen derselbigen manches nur historisch bemerkt, und überhaupt nichts beweist, als wozu schon die Gründe in dem Vorhergehenden gelegt worden sind. Der Jüngling soll hier nur eine vorläufige Uebersicht von den verschiedenen Theilen dieser Wissenschaft bekommen, damit er inskünftige, wenn er Beruf und Lust dazu hat, desto geschwinder fortstudieren kann. Und in dem andern Fall, wenn er sich auch nicht weiter mehr auf diese Wissenschaften legt; so ist diese Kenntnis doch für ihn von mancherlei Gebrauch. Zuerst also gebe der Lehrer eine Ueber-

sicht der mechanischen, hydrostatischen und hydraulischen Anfangsgründe, wo ausser den Gesezzen der Bewegung, die hauptsächlich müssen gründlich erläutert werden, die Beschreibung der vorzüglichsten Maschinen, die Vorzeigung derselben in Modellen oder im Grossen, ihr Gebrauch, die wichtigsten Stükke des Unterrichts sind — In den optischen Wissenschaften mus man sich fast blos mit historischen Kenntnissen von der Beschaffenheit des Auges, den Gesezzen des Sehens, der Refraction und Reflexion, und den vornehmsten Werkzeugen begnügen. — Die astronomischen Wissenschaften können in gewisser Rüksicht schon etwas gründlicher vorgetragen werden. Es kommt hier alles auf eine deutliche Einsicht in die mathematische Beschaffenheit der Erde, und des Weltgebäudes an: deswegen darf man über diese Punkte nicht zu frühe wegeilen. Die Unentbehrlichkeit dieser Kenntnisse ist in unsern Tagen über die Maase einleuchtend: ieder Landmann sogar sollte etwas von denselben wissen. Welche Schande für die studierende Klasse der Menschen, wenn sie in diesen Elementarbegriffen, ohne deren Voraussezzung man so gar im gemeinen Leben tausend Dinge nicht recht versteht, ganz unerfahren sind! Ich hoffe zur Ehre der Wissenschaften, daß die Beispiele von Gelehrten, denen

Kopernikus, Gallilei, Herschel, noch fremde Nahmen sind, immer seltener werden — Zulezt kann man noch einen kurzen Abriß von der bürgerlichen und Kriegsbaukunst beyfügen.

Dritter Abschnitt.

Einige Bemerkungen über die Methode überhaupt.

Nach der Bestimmung der Grenzen des mathematischen Schulunterrichts müssen wir nun etwas genauer auf die vorzüglichsten Mittel sehen, wodurch der Vortrag dieser Wissenschaft bei Anfängern am deutlichsten und eindringlichsten gemacht wird. Die Bemerkungen, welche ich darüber machen werde, sind schon von manchen Erziehern der Jugend bewährt gefunden worden. Mit desto grösserer Zuversicht darf ich sie also auch iedem Lehrer der Mathematik, und in gewisser Rüksicht auch anderer Wissenschaften, empfehlen. Ich habe sie nicht blos aus andern Schriften gesammelt: sondern die meisten derselben auch bei eigenem Vortrag nach und nach bemerkt und niedergeschrieben. Das Brauch-

bare habe ich hierauf von dem mehr Ueberflüssigen durch wiederholte Beobachtungen und Anwendungen zu scheiden gesucht, und hierauf noch hin und wieder meine Ideen durch die Bemerkungen andrer Schriftsteller erweitert und berichtigt. So wenig ich also, wie ich auch in dem Vorbericht geäussert habe, auf den Vorzug Anspruch mache, lauter, oder gröstentheils noch wenig bekannte Dinge zu sagen: eben so wenig läugne ich, daß ich hoffe, wenigstens etwas zur weitern Verbreitung einer guten Methode in diesem Fache mit beizutragen. Vielleicht findet der angehende Lehrer doch einiges, welches ihm Stoff zum weitern Nachdenken giebt.

Ich werde bei den folgenden Abschnitten einige Exempel beifügen, wozu ich einige der leichtesten Säzze aus der reinen Mathematik gewählt habe. Dieienigen, welche eine weitere trefliche Ausführung der ganzen Elementarmathematik für Schulen verlangen, werden in grössern Werken z. B. von Schweighäuser, Michelsen u. a. mehrere Befriedigung finden. — Ich suche daher in den beigefügten Exempeln nur einige Winke zur Einrichtung des Vortrags zu geben, die wenigstens hinreichend seyn werden, meine Aeusserungen völlig deutlich zu erklären, und Manchen eine anschaulichere Idee von den vorgetragenen Regeln zu geben.

Also zuerst etwas von dem Unterricht überhaupt. Die Grundlage eines ieden, wenn er zwekmäsig sein soll, für iedes Alter und in ieder Kunst oder Wissenschaft, läst sich in die kurze, aber oft schwer auszuübende Regel bringen: lerne deine Zöglinge recht kennen, und passe deinen Vortrag den Begriffen derselbigen an. Wer dieselbige in ihrem ganzen Umfange verstehet, und auszuüben weis, der verdient allein den Nahmen eines vollkommenen Docenten, den also freilich sehr viele nicht verdienen werden. Es giebt freilich viele Grade auf dieser, wie auf ieder Stufenleiter zur Vollkommenheit, nur Wenige gelangen dahin, wo ein Sokrates stand: aber auch schon eine mittelmäsige Höhe, die man darauf erreicht, ist schäzbar. Wir wollen also die obige Regel, die dazu führt, etwas weiter aus einander sezzen.

Der Jugendlehrer darf nie, weder zu viele, noch zu wenige Kenntnisse und Fassungsvermögen bei seinen Schülern voraussezzen, weil beides dem Fortgang sehr hinderlich ist. Der Lehrer der Mathematik, von welchem wir hier insbesondere reden, ist oft am ersten in Gefahr in einen dieser beiden Fehler zu fallen. Wenn er sein vorzutragendes System schon oft durchgedacht, und dasselbe schon mehrmahls gelehret

hat;

hat; wenn ihm daher ieder Saz, mit seinem ganzen Beweis sogleich in seiner völligen Deutlichkeit vor Augen liegt, so bald er sich dessen nur erinnert; wenn der Zusammenhang desselben mit andern Lehren ihm eben so lichtvoll ist: so kann er leicht manches für sehr faßlich halten, was es für den grösten Haufen nicht ist, und vielleicht für ihn selbst ehedem nicht war. Er bricht da wohl seinen Vortrag ab, wo der Zuhörer noch die meiste Erläuterung nöthig hat; weiß die Punkte nicht zu treffen, die er bei der Wiederholung vorzüglich einschärfen sollte; überspringt manche Folgesäzze, weil er seinen Lehrlingen zutrauet, daß sie sie ohne Beihülfe aus dem Vorhergehenden herleiten könnten, und irret sich öfters; oder er spricht zu aneinanderhängend, vergist, daß er in keinem akademischen Hörsaale ist, will vielleicht an einem unschiklichen Ort seine tiefere Kenntnisse zeigen, und was es dergleichen zwekwidrige Vorstellungen noch mehr giebt.

Dies alles nun bewirkt den unausbleiblichen Nachtheil, daß er seinen Endzwek gänzlich verfehlt, nicht gehörig verstanden wird, und dadurch bald eine Abneigung gegen die ganze Wissenschaft erweket. Wie nöthig hat er also, den Menschen überhaupt, und die iugendlichen

See-

Seelenkräfte besonders zu studiren! Wie nöthig, ieden Kunstgrif sich eigen zu machen, und zu nuzen, wodurch er Eingang bei diesem noch unausgebildeten Alter findet! Endlich wie nöthig ist ihm die Gedult, dasienige, was er schon längst wuste, und für ganz leicht hält, immer aufs neue in der Rüksicht durchzudenken, um es seinen Zuhörern eben so deutlich zu machen, — und die Fertigkeit sich zu verschaffen, sich zu dem Fassungsvermögen auch der langsamsten Köpfe herabzulassen! Wer alle oder nur einige dieser Eigenschaften nicht besizt, der schikt sich nicht zu einem Unterweiser der Jugend.

Wo der Haufe sehr vermischt ist, da finden sich mittelmäsige Genie's immer in der grösten Anzahl. Es wäre also unverantwortlich, sich blos nach den wenigen bessern zu richten, und darüber die Andern zu versäumen. Ganz Schlechte finden sich auch eben so häufig nicht, daß sich der Lehrer besonders nach ihnen zu bequemen nöthig hätte: diese sind ohnehin nie im Stande, nur etwas erträgliches in der Mathematik zu leisten, wenn auch die gröste Mühe auf sie verwendet würde. Von ihnen also kann die Rede nicht seyn, wenn man die Seele des Schülers dem Lehrer zum Gegenstand des angelegentlichsten Studiums empfiehlt.

Der

Der zweite Fehler des Vortrags bestehet in einer zu grossen Weitläuftigkeit. Es bleibt immer richtig, daß der Vortrag nie zu deutlich werden kann; aber was einmal deutlich ist, kann doch zu sehr ausgedehnt werden. Man kann einem Saz, der vollkommen gefaßt worden ist, wenn keine neue Seite mehr daran zu entdekken ist, die ihm frischen Reiz gewähret, nur noch bei einer kurzen Wiederholung seine Aufmerksamkeit gönnen; der Geist strebt nach weitern unbekannten Aussichten, und wird endlich verdrossen, wenn ihm diese Aussichten zu lange ohne Noth vorenthalten werden. So wie das Ohr an einem zu oft wiederholten Concert, wenn es auch anfangs vortreflich zu seyn schien, endlich kein Vergnügen mehr findet: eben so ist es auch gewissermassen mit den Vergnügungen des Verstandes. — Auch die zu weite Ausdehnung leichter Sachen ist wenigstens bei dem zweiten Cursus nicht nur unnöthig, sondern oft schädlich. Sollte es nicht iedem, von der Natur nicht ganz verwahrlosten Lehrling angenehmer seyn, wenn er bei dem Vortrag seines Lehrers noch etwas zu denken übrig behält, als wenn ihm alles zu umständlich und zu oft vorgesagt wird? Sollte er nicht im ersten Falle weit mehr lernen, das Gelernte sich weit fester einprägen, als in dem leztern, wo er nach und nach immer

trä-

träger wird, immer mehr sich auf den weitschweifigen Vortrag des Docenten verläßt, und gern demselben die Mühe überläßt, auch für ihn zu denken? Es ist einmal Einrichtung unserer Natur, und gewis die weiseste, die unsere ganze Aufmerksamkeit verdient, daß wir in einer beständig erhaltenen Selbstthätigkeit die Quelle der meisten Glükseligkeit finden. Ich kann mich hier weiter nicht über die Beschäftigungen anderer Seelenkräfte ausbreiten, sondern rede blos von dem Erkenntnisvermögen. Für dasselbige findet sich ein unerschöpflicher Schaz von Gegenständen in der ganzen Masse menschlicher Kenntnisse, deren Erforschung für dasselbe eine immerwährende Uebung ist: iede Uebung, die seinen Kräften proportional ist, ist dem Menschen angenehm, ziehet ihn von weniger edlen Vergnügungen der Sinne und Einbildungskraft, mehr nach diesen reinen und nie versiegbaren Quellen, aus denen er hier, und vielleicht alle Ewigkeiten hindurch seinen Geist nähren kann. So manche Kenntnisse, die an und für sich nicht von sehr ausgezeichnetem Werth sind, werden dadurch schäzbar, weil sie diesem oder ienem Geist (denn zu iedem Theil der Wissenschaften finden sich Liebhaber, die durch natürliche Anlage, Verhältnisse u. s. w. dazu bestimmt werden) Gelegenheit geben, seine Thätigkeit daran zu üben,

und

und auf alle künftige Zeiten hinaus sich Fertigkeiten zu erwerben, die zu daurender Wohlfarth unentbehrlich sind. Nichts ist in dieser Rüksicht ohne Nuzzen, was nur der Geist des Menschen anbauen will.

Man verzeihe mir diese Ausschweifung, weil sie natürlich aus dem Gedanken flos, daß wir bei der Erziehung schon frühe iunge Leute zum Selbstdenken angewöhnen müssen, daß wir also den ganzen Unterricht so einrichten müssen, wie er am meisten zu diesem Zwek beiträgt, am eigentlichsten nur Wegweiser wird, der den Plan zur Reise durch das Gebiet einer Wissenschaft im Ganzen sorgfältig vorzeichnet, aber nicht ieden Tritt vorschreibt, nicht über ieden kleinen Graben ängstlich einen Steg leget, nicht iedes Steinchen, worüber man ohne Mühe schreitet, mit lästiger Geschäftigkeit aus dem Wege räumt. Lerne dich selbst, deine eigene Kräfte, kennen: ruft uns ein weiser Götterspruch zu. Wie kann aber der Jüngling dieses, wenn man ihm keine Zeit läst, seine Ideenreihen für sich auszuspinnen? — Und wo fände sich in irgend einer Wissenschaft bessere Gelegenheit, das Denkensvermögen, die Erfindungskraft und das Abstraktionsvermögen zu pflegen, zu stärken, und zu erweitern, als in der Mathematik? Unverant-

wort-

wortlich wäre es, diesen grossen Zweck, ohne dessen Erreichung der bleibendste und gröste Vortheil für den menschlichen Geist verlohren gehet, aus den Augen zu sezzen. Wenn ihr also für das Beste eurer Untergebenen ernstlich besorgt seid, Unterweiser der Jugend, wenn ihr Nachdenken und Redlichkeit genug besizzet, ieden Irrweg, der vielleicht bequemer seyn kann, zu vermindern: so bemühet euch um die Kunst, eure Zöglinge nach dem verschiedenen Maase ihrer Kräfte in beständiger Thätigkeit zu erhalten, damit ihr den geübten und denkenden Kopf beschäftiget, und doch dem weniger scharfsinnigen nicht unverständlich werdet, sondern auch ihm Gelegenheit gebet, sich auszubilden. — Doch wir wollen diese allgemeine Anmerkungen durch mehrere besondere weiter zu bestimmen suchen.

Vierter Abschnitt.

Von den Definitionen und Lehrsäzzen in der Mathematik.

Man wende alles an, daß die Definitionen und Lehrsäzze recht verstanden werden, ehe man

man weiter gehet. Denn dieses sind die Gründe worauf alles übrige beruhet: wenn diese nicht recht deutlich erklärt worden sind; so kann man hernach lange und viel beweisen, daß der Saz seine Richtigkeit habe, oder daß die Folgen, die man aus einer Definition herleitet, durch das Wesen der Definition bestimmt werden, und wird am Ende doch nicht verstanden. Das erste also, was man bei der Erklärung einer Definition zu thun hat, ist, daß man sie einigemal langsam und deutlich hersagt, und auf die Hauptwörter den gehörigen Accent leget, um die Zuhörer zum voraus aufmerksam zu machen. Ist es eine Worterklärung: so macht man ferner durch Zeichnungen und Worte von iedem Theil derselben einzeln deutlichere Begriffe, ehe man sie zusammen sezt. Dies Verfahren ist der Natur der Sache gemäs; wir können nicht ehe das Ganze vollständig fassen und übersehen, bis wir erst die einzelen Stükke desselben kennen gelernt haben. Nun werden zwar in iedem mathematischen Lehrbuche, wenn es einigermassen diesen Nahmen verdienen soll, niemals Ausdrükke in Definitionen gezogen, die nicht vorher schon erklärt worden sind: aber deswegen sind sie dem Lehrling nicht gleich so bekannt, daß sie nicht eine wiederholte Erklärung bedürften. Besonders ist dieses der Fall, wenn einige dersel-

ben in einem allgemeinen Begrif zusammen gereihet werden. Wenn z. B. Figuren von vier gleichen Seiten, ferner rechte Winkel, iede für sich gedacht worden sind: so ist die Zusammensezzung derselben in dem Begrif des Quadrats nicht schwer mehr, man mus nur diese Grundideen noch einmal entwikkeln, ehe man sie zusammen denken läßt. Die unten angeführte Beispiele werden dieses mehr auseinander sezzen.

Die Sacherklärungen werden meistens aus den Worterklärungen in der Form einer Aufgabe hergeleitet, daher kann ich sie hier noch übergehen. Ueberhaupt sind beide Arten von Erklärung so genau mit einander verbunden, daß sie, wo es möglich ist, nie von einander getrennt seyn dürfen. Die leztern bekommen erst durch die erstern denienigen Grad der Anschaulichkeit, der in der Mathematik überall zur vollkommenen Deutlichkeit erfordert wird.

Ein zwar bekanntes, aber nie genug zu empfehlendes Mittel zur Aufklärung der Begriffe bestehet ferner in der Gegeneinanderhaltung ähnlicher Begriffe. Wodurch werden die verschiedene Rechnungsarten deutlicher, als wenn man ihre Aehnlichkeit und Verschiedenheit zeigt? Was vermag mehr zur Bestimmung eines geo-

metri-

metrischen Begrifs, als eben diese Rüksicht auf verwandte Gegenstände; besonders, wenn man die Figuren neben einander sezzet? Die Vorthei- le, die aus dieser Zusammenhaltung entstehen, sind in Ansehung des Lehrers, daß sie ihm ei- nen sichern Leitfaden giebt, an den er ohne Mü- he und Weitläuftigkeit ganze Theorien anknü- pfen kann, ohne Gefahr, in die geringste Ver- wirrung zu gerathen. Er weis augenbliklich, auf welcher Seite er den besten Eingang in die Seele des Zuhörers finden soll, wenn ihm eine Reihe von sinnlichen Gegenständen vor Augen ist, die gewissermassen ein Ganzes ausmachen. Sein Vortrag bekommt dadurch Haltung: seine Ausdrükke werden zwekmäsiger, und leiten ihn sicher auf dieienigen Punkte, wo er länger ver- weilen, tiefer eindringen, und durch Fragen seine Lehrlinge zum künftigen vorbereiten mus. Von Seiten dieser wird nicht nur die Aufmerk- samkeit mehr unterhalten, der Ideengang leb- hafter, die Eindrükke bleibender: sondern auch die Fertigkeit in Vergleichung mehrerer Geschlech- ter und Gattungen wird ungemein vermehrt; kurz, Einbildungskraft, Wiz, und das höhere Erkenntnisvermögen bekommen zugleich Nah- rung, und verstärken vereinigt das Interesse für Gegenstände, welche sonst dem Anfänger zu- weilen etwas trokken scheinen könnten. — Da-

bei findet sich überdas manche Gelegenheit, auch die Vorschriften der Vernunftlehre nach und nach beizubringen, wodurch sie sich dem Gemüthe zuweilen tiefer einprägen, als wenn sie in einer dazu besonders ausgesezten Stunde gelehret werden. Wenn man z B. die Erklärungen mehrerer zu einem Fache gehöriger Gegenstände vorgetragen, und durch Zeichen zu einer Uebersicht dargestellt hat: so lassen sich darauf die Regeln von Bildung allgemeiner Begriffe, von gehöriger Unterscheidung ähnlicher Dinge und Aufsuchung der besondern Merkmahle, von den verschiedenen Graden der Klarheit und Deutlichkeit unserer Einsicht, und manche praktische Folgen hieraus einfach und leicht herleiten. So bekommt die eine Wissenschaft immer durch Beihülfe einer andern mehr Licht: wenigstens weis ich kein wirksameres Mittel zur Aufklärung des Verstandes, als wenn man beim Vortrag mathematischer Säzze und Beweise zeigt, welchen Gang die menschliche Seele dabei zu nehmen pflegt, und was daraus für mancherlei Regeln der Vernunftlehre fliessen.

Ich wende mich nun zu der Erklärungsart der Lehrsäzze. Auch diese bedürfen gleiche Sorgfalt, um sie deutlich auseinander zu sezzen, ehe man sie beweist, wie ich schon oben berührt

habe.

habe. Das meiste, was bei den Definitionen gesagt worden ist, gilt auch hier. Wer den Saz beweisen will, daß zwei Parallelogrammen von gleichen Grundlinien und Höhen gleichen Inhalt haben, mus zuvor wissen, daß der Sinn desselben gefaßt worden ist: er mus zeigen, was Grundlinie überhaupt, was gleiche Grundlinien einiger Figuren, was gleiche Höhen sind, und, endlich welche Art von Gleichheit hieraus in dem vorliegenden Theorem folgen soll. Sollte nicht auch das Wort Parallelogramm noch einige Aufmerksamkeit, besonders bei Neulingen bedürfen? Vielleicht sind nur einige Winke hinreichend, um die schlafende Idee davon wieder zu erwekken, um sie dann von den Lehrlingen selbst vollständig durch Zeichnung und Worte ausdrükken zu lassen. In der Folge werden endlich diese Begriffe so geläufig, daß die Wiederholung nicht mehr nöthig ist.

Wenn man auf diese Art die einzelen Worte des Sazzes erläutert hat: so lese man ihn wieder, und sehe, ob nun die Zusammensezzung keine Schwierigkeit mehr macht. Man suche völlig gewis zu werden, ob ihn Jeder ganz verstehet, indem man bald diesen bald jenen fragt: was er sich überhaupt unter einem Parallelogramm und besonders unter solchen vorstelle,

 die

die gleiche Grundlinien und gleiche Höhe haben? worinn alsdenn ihre Gleichheit bestehe u. s. w.

Erstes Beispiel.

Erklärung der Figur überhaupt, und der Geradlinichten insbesondere.

Zuerst die Definition einer Figur überhaupt. Diese wird damit angefangen, daß man einige Linien zeichnet, sie unter beliebiger Neigung zusammen sezt, und einen Raum damit einschliesset. Einige Seiten können krumme Linien seyn, um allgemein zu lehren, was Figur heist. Hier macht man sogleich den Unterschied zwischen Linie und Figur auf mehr als eine Art bemerkbar besonders verhüte man den Misverstand, als ob unter Figur der Perimeter derselben zu verstehen sey. Man kann dazu etwa bekannte Beispiele aus der Erdbeschreibung nehmen, wo die Länge und Breite eines Landes Linien sind, die Fläche desselben aber eine Figur ist. (Alles in concreten Fällen, mit Vorzeigung der Landkarte.) — Weiter zeichne man nun verschiedene gradlinichte und krummlinichte Figuren, und solche die theils von graden theils von krummen Linien eingeschlossen werden, und gehe nun zum Begrif der gradlinichten ins besondere über. Man mache nun Zeichnungen von lauter solchen der lezten Art, mit

mit drei, vier, fünf und mehrern Seiten, von ieder Gattung einige theils mit rechten, spizen und stumpfen Winkeln, theils mit gleichen und ungleichen Seiten. Doch so, daß man die 3, 4, und vielseitigen Figuren iedesmal beisammensezt, und durch Zwischenstriche von einander unterscheidet. — Man lasse die Lehrlinge diese funfzehn bis zwanzig Figuren einige Zeit aufmerksam betrachten. Die erste Bemerkung, die man durch Fragen von ihnen herauslokt, betrift die Zahl der Seiten, welche zu einer Figur*) nöthig sind: z. E. giebt es auch Figuren, welche von zwei graden Seiten eingeschlossen werden? Warum ist dieses nicht möglich? Worinn bestehet der Unterschied zwischen Winkel und Figur? (Wiederholung des Begrifs vom Winkel, daß er eine Fläche zwischen zwei sich schneidenden graden Linien ist, die auf einer Seite unbegränzt bleibt.) — Nun fragt man, worinn die Hauptarten der Figuren verschieden sind? Wenn der Lehrling gefunden hat, daß dieser Unterschied in der Anzahl der Seiten bestehet, so schreibt man dieses an: sollte er aber Merkmahle einzeler Gattungen mit in seine Erklärung bringen, so sucht man ihn auf diese Verwirrung durch ein-

*) Um der Kürze willen wird das Wort geradlinichte künftig weggelassen.

gestreute Bemerkungen aufmerksam zu machen, und leitet ihn dadurch, (besonders durch Beispiele von Thieren, Pflanzen u. s. w.) auf die Regeln, die man beobachten mus, wenn man Aehnlichkeiten und Verschiedenheiten der Dinge aufsuchet. — Hierauf nimt man eine Gattung nach der andern vor, schreibt den Hauptcharakter darüber, und fragt nach den Merkmahlen der einzelen Figuren ieder Gattung. Allgemein macht man begreiflich, daß man die Eintheilung in zweierlei Rüksicht vornehmen kann: einmal in Ansehung der Lage der Seiten, wodurch die Verschiedenheit der Winkel entstehet, und dann in Ansehung der Gleichheit oder Ungleichheit der Seiten. — Bei dem Triangel wendet man alsdann diese zwei Merkmahle auf die recht- spiz- und stumpfwinkelichten, ferner auf die gleich- und nngleich-seitigen und gleichschenkelichten an, und sezt die Nahmen unter die Figuren. — Bei den vierseitigen verfährt man eben so: in Ansehung der Winkel trennt man das Quadrat und läuglichte Rechtek von den übrigen; in Ansehung der Seiten aber das Quadrat und die Raute von den ungleichseitigen. Dadurch wird man in den Stand gesezt, den dritten Unterschied zwischen Parallelogrammen und Trapazien fest zu sezzen. — Bei den vielseitigen giebt sich sofort die Eintheilung in

Figuren mit gleichen Seiten und Winkeln (reguläre), und ungleichen Seiten und Winkeln (irreguläre). — Die mancherley Arten von Wiederholung und bessern Einschärfung dieser Definitionen wären zu weitlauftig, hier auszuführen. Eine von den nüzlichsten würde seyn, wenn man die Zuhörer verschiedene Tabellen, nach den verschiedenen Arten der Eintheilung verfertigen liesse, und ihnen dabei einige Anleitung ertheilte, wie man eine tabellarische Uebersicht von einer Menge von Gegenständen verfertiget, und was dieses für Vortheile bringt. Einige weitere Anwendungen davon aus andern schon bekannten Wissenschaften oder dem gemeinen Leben können dabei gebraucht werden.

Zweites Beispiel.

Definitionen von Körpern, deren Theorie in der Elementargeometrie ausgeführt wird.

Man versehe sich vor allen Dingen mit Modellen dieser Körper von Papdekel oder Holz, und schreibe auf iedes die Benennung. Ehe man sie einzeln vornimt, sezze man einige Grundbegriffe der Stereometrie etwa in folgender Ordnung fest. Zuerst gehe man auf die Vorstellung von der Entstehung der Linien und Flächen

zurük, deren iene durch die Bewegung eines Punkts, diese durch die Bewegung einer Linie beschrieben wird. Eben so gedenkt man sich, daß ieder Körper durch Bewegung einer Fläche entstehe, welches vorläufig an verschiedenen Modellen deutlich gemacht wird. — Dann folgt der eigentliche Begrif des geometrischen Körpers, wobei man die Absicht der geometrischen Untersuchungen von denen des Naturforschers, Künstlers, u. s. w. wohl zu unterscheiden sucht, und den eingeschlossenen Raum hinlänglich deutlich als das Obiekt dieser Untersuchungen vorstellet. Alsdann zeige man, worinn die körperliche Figur von einer ebenen Figur verschieden ist, und vorzüglich beuge man der unrichtigen Meinung vor, als ob die Gränzen der Oberflächen des Körpers das wären, was man unter geometrischen Körpern verstehet. — Hierauf sezze man den Hauptunterschied zwischen Körpern fest, der darauf beruhet, ob sie von lauter krummen, oder lauter ebenen Flächen, oder von beiden zugleich eingeschlossen werden, wozu die Kugel, der Würfel und die Walze als Beispiele dienen können. Den Begrif der Kugel kann man nun kurz entwikkeln, indem man zuerst anschaulich macht, wie sie aus der Bewegung des Halbzirkels um seinen Diameter entstehet, und dann die Worterklärung beifügt. — Bei den

prisma-

prismatischen Körpern mus man wieder erst einige allgemeine Anmerkungen vorausschikken, die aber, wie schon mehrmals erinnert worden ist, nicht blos dahin gesagt werden dürfen: sondern in Fragen eingekleidet, oder durch andere Kunstgriffe so eingeleitet werden müssen, daß sie der Lernende leicht auffindet. Also erstlich Bestimmung der Anzahl von ebenen Flächen, die zur Einschliessung eines Körpers erforderlich sind; dann von dem körperlichen Winkel; und etwas von den Durchschnittslinien der Seitenflächen, so weit man für die gegenwärtige Absicht brauchbar findet; hierauf der Begrif der ekkichten Körper überhaupt, und endlich von den prismatischen, als einer Gattung derselbigen. So gewöhnt man die Seele früh an Ordnung im Denken, indem man sie, wie auf diese Art geschiehet, vom Allgemeinen aufs besondere führt, oder wenn man will, auch den umgekehrten Weg gehet. Die Modelle der Prismen mus man in einiger Anzahl besizzen, daß man welche mit drei, vier, fünfseitigen Grundflächen, grade und schiefe, vorzeigen kann. Um die allgemeine Idee davon, die auf der parallelen Lage sowohl der beiden Grundflächen, als auch der Durchschnittslinien der Seitenflächen beruhet, besser aufzuhellen, füge man nicht nur eine recht anschauliche Vorstellung von der Entstehung des

Prisma

Prisma durch die Bewegung einer geradlinichten Figur an einer graden Linie, sondern auch einige Folgerungen bei: z. E. von der Gleichheit der parallelen Durchschnitte, Gleichheit der beiden Grundflächen, daß die Seitenflächen Parallelogramme sind u. s. w. — Wie man nun insbesondere mit der Erklärung des Parallelepipedi, des Würfels, verfährt, wie man hierauf die Pyramide beschreibt, die Aehnlichkeit und Verschiedenheit zwischen ihr und dem Prisma zeigt, ist für sich klar. — Wenn man endlich die Walze und den Kegel gezeigt und erklärt hat, so stellt man auch zwischen diesen und den vorigen Körpern Vergleichungen an, erwekt zum Voraus die Idee, (welche in der Folge erst weiter ausgeführt und bewiesen wird) daß diese beide Körper im Grunde nicht von Prisma und der Pyramide verschieden sind, daß also bei der Berechnung derselben einerlei Verfahrungsart gebraucht wird. — Damit der Vortrag nicht zu weit ausgedehnt, und die natürliche Ordnung desselben nicht zu viel unterbrochen werde, so lasse man bei diesen ersten Principien der Stereometrie noch alle weitere Anwendungen, und historische Bemerkungen weg, die man etwa bei der weitern Ausführung einmischen kann. Eine von den Zuhörern verfertigte Classifica-

sification der geometrischen Körper wird auch hier die beste Art der Wiederholung seyn.

Drittes Beispiel.

Von den Verhältnissen, und ihren Anwendungen in der Rechenkunst.

Weil diese Materie eines theils den wichtigsten Einflus in alle mathematische Kenntnisse hat, andern Theils für das Fassungsvermögen der meisten Anfänger nicht ganz leicht ist: so erfordert sie von Seiten des Lehrers vorzügliche Aufmerksamkeit, um sie deutlich und ordentlich auseinander zu sezzen. Ich werde hier nur einige Mittel dazu berühren können. — Da der Begrif des Verhältnisses ziemlich abstract ist, so mus er zuerst durch vielerlei Beispiele sinnlich gemacht werden, ehe man ihn in seiner ganzen Allgemeinheit erklärt. Gegenstände, die täglich vor Augen sind, z. B. die Höhe und Breite eines Fensters, einer Thüre, die verschiedene Grösse der Kinder, Geldsorten, Gewichte, vorgezeichneter Linien, Flächen u. s. w. können dazu genuzt werden, so wohl das arithmetische, als auch das geometrische Verhältnis anschaulich zu machen. Man braucht deswegen sehr viele Beispiele von allerlei Grössen, damit die Idee in ihrer völligen Ausdehnung gefast

wird.

wird. — Man läßt nun die Lehrlinge selbst vorgelegte Verhältnisse suchen, und erklärt mit unter die Kunstwörter, die für Manchen zu wenig Interesse haben würden, wenn sie ohne beständige Anwendung daher gesagt würden. Es ist ein zu sichtbarer Fehler gegen die gute Methode, wenn man im mündlichen Unterricht bei so iungen Zöglingen den Anfang mit trokkenen Worterklärungen macht, und vielleicht ganze Stunden darauf verwendet, ehe man einigen Gebrauch von ihnen zeigt: daher würde ich ihn hier nicht berühret haben, wenn ich nicht wüste, daß er noch häufig begangen wird. — Wenn auf die obige Art auch der Begrif von Proportion gebildet, und vorläufig durch einige Aufgaben der Regel De Tri hinlänglich verständlich gemacht worden ist: so fängt man an, ieden Saz des Lehrbuchs gründlicher zu beweisen. Dazu ist die Bezeichnung mit Buchstaben nach der Anweisung der vornehmsten Mathematikverständigen ohnstreitig der mit Zahlen vorzuziehen. Es lassen sich dadurch alle Lehren so vollständig und leicht entwikkeln, eine Menge von praktischen Folgen bekommt eine so einfache und feste Grundlage, daß man dadurch am sichersten das mechanische Flikwerk verhütet, welches sich bei so vielen Geschäftsmännern, die mit Rechnungen stets zu thun haben, noch im-

mer

mer findet. Es ist fast unbegreiflich, warum man so oft unterlassen hat, und noch unterläst, bei iedem Rechenschüler zwei oder drei Stunden, in manchen Fällen vielleicht die wichtigsten für sein ganzes bürgerliches Leben, auf diese Gründe zu verwenden. Wie vielen Unrichtigkeiten würde dadurch vorgebeugt, wie viele kostbare Zeit bei weitläuftigen Geschäften erspart, wie sehr der Erfindungsgeist für vortheilhafte Verkürzungen der Rechnungen geschärft, endlich wie sehr die Bewunderung für manches voluminöse, seichte Rechenbuch und noch seichteren Rechenmeister herabgestimmt! — Wenn die Fundamente gelegt sind, und iedes derselbigen auch durch einige Exempel mit Zahlen belegt worden ist: so zeigt man die vornehmsten Vortheile, die unter dem Nahmen der welschen Praktik begriffen werden. Die richtige Anwendung davon wird freilich bei der folgenden, weitläuftigern Uebung in praktischen Fällen erst besser erlernt: aber die Gründe davon müssen schon vorher gezeigt werden. — Der lezte und weitläuftigste Theil des Unterrichts begreift nun die eben erwähnten praktischen Rechnungsarten, welche durch eine Menge von ausgesuchten Exempeln, aber mit beständiger Zurükweisung auf die Gründe, vorgetragen werden. Die Regeln der Verfahrungsart mus sich der Lehrling

nun

nun schon abstrahirt haben: deswegen läst man ihn ieden Fehler, den er wider die Lehren von der Proportion begehrt, selbst aufsuchen. Man bedient sich dazu eines kurzen Schema's, das an die Tafel geschrieben ist, welches die ganze Theorie in allgemeinen Zeichen enthält. Dieses Schema mus er nicht nur durchgängig begriffen, sondern durch viele Anwendungen sich ganz eigen gemacht haben. Oft mus er daher angehalten werden, Beispiele nach der Kettenregel, Interessen- und Gesellschaftsrechnungen u. d. g. zuerst allgemein zu berechnen, ehe er den besondern Fall vornimmt, oder umgekehrt; damit die Ideenverbindung zwischen beiden recht unzertrennlich werde. Oft mus er eine vorgelegte Rechnungsfrage, die mit Absicht etwas dunkel vorgetragen wird, auseinander sezzen und in das gehörige Fach ordnen lehren. — Weil aber auch hier, wie bei so vielen Kenntnissen, manches vorkommt, welches entweder ziemlich unwichtig, oder für den vorgesezten Zwek nicht gehörig ist: so sichte man die mancherlei Erzeugnisse dieses weiten Gefildes zuvor sorgfältig, ehe man den Zögling zur Einsammlung führt; damit er nicht auf einmal zu viel sammle, und darüber das brauchbare unter dem minder brauchbaren verliehre. Die vortreflichen Anleitungen des Herrn Hofrath Kästners in seiner

ner fortgesezten Rechenkunst, und der beiden Herrn Karsten sind hierbei die besten Wegweiser. Eine zweckmäsige Auswahl dessen zu machen, was aus ihren gesammelten Schäzen für den Anfänger gehört, ist iezo keine schwere Sache mehr.

Fünfter Abschnitt.

Von den Aufgaben.

Zur vollständigen Erklärung einer mathematischen Aufgabe gehöret: die richtige Bestimmung der Aufgabe selbst. — Die Auflösung — und der Beweis. (Von dem lezten Stük werden wir im folgenden Abschnitt reden.) Die nemlichen Gründe, die bei Lehrsäzzen Statt finden, erfordern auch bei einem mathematischen Problem, (welches nur in der Einkleidung von Jenem verschieden ist) daß dasselbige sorgfältig zergliedert, durchdacht, und auf mehrern Seiten gezeigt werden mus, um allen Mißverständnissen vorzubeugen. Auch die Verfahrungsart ist im Grunde nicht verschieden. Deswegen verweise ich blos auf die beigesezten Beispiele.

Bei dem andern Stük, der Auflösung selbst, möchten noch einige Anmerkungen nicht über-

flüssig seyn. — Es ist oft der Fall, daß dieselbige in Schulbüchern nicht deutlich genug angegeben wird, weil man Bücher dieser Art nicht zu weitläuftig machen will, oder aus andern Ursachen auffallende Kürze affektirt. Nie sollte aber Kürze auf Kosten der Deutlichkeit gesucht werden: denn einige wenige Bogen würden hinreichend seyn, die zu gedrängten Vorstellungen besser auseinander zu sezzen, und ieden einzelen Absaz gehörig von dem andern zu unterscheiden, so daß das Auge und das Gedächtnis weniger Mühe hätte, dieselbigen zu übersehen und zu fassen. Man ist auch zuweilen in den Kupferstichen ein wenig zu sparsam, wodurch zwar der Preis des Buches vermindert wird; aber dennoch ist dieser Vortheil gegen die mancherlei Unbequemlichkeiten, welche daraus folgen, zu gering. Wo also die Wahl eines Lehrbuchs dem Docenten selbst überlassen wird, da nehme er vorzüglich auf solche Rükſicht, die von diesen Fehlern frei sind. Er kann sich alsdann ehe nach den eigenen Ausdrükken desselbigen richten. Doch halte ich es bei der Auflösung einer Aufgabe für bequemer und leichter, wenn er sie zuerst ohne Zuziehung des Buchs auf der Tafel vornimmt, anch alleufals die Hauptpunkte derselbigen neben anschreibt. Hierdurch bekommt der Zuhörer schon eine bestimmte Idee von dem vor-

geschrie-

geschriebenen Verfahren, und kann hernach die Vorschriften seines Compendiums desto besser verstehen. — Wenn man hierauf die Worte desselbigen Stükweise vorliest, und alles sowohl an der Figur des Buchs, als auch an der vorgezeichneten zeigt, so wird in keinem Stük etwas unverständlich bleiben. Deswegen ist es nicht ohne Nuzzen, wenn man sich bei der Bezeichnung anfangs der nemlichen Buchstaben bedient, welche bei dem Kupferstich befindlich sind, und auch die Lage der Figur, so viel als möglich, beibehält. Bei etwas verwikkelten Aufgaben sind verschiedene Beispiele nöthig, worinn man kleine Veränderungen vornimmt, damit Ungeübte desto leichter die Allgemeinheit derselbigen begreifen. — Mehrere kleine Vortheile werden Nachdenken und Uebung an die Hand geben.

Es ist nöthig, daß ieder Lehrling mit den vornehmsten Stükken eines Reißzeuges versehen sey, weil er durch saubere Nachzeichnung der Figuren Beweise ablegen mus, ob er den Unterricht gehörig gefast hat. Würde aber dadurch nicht in den Lehrstunden zu viele Zeit für den Unterricht verlohren gehen? — Dieser Unbequemlichkeit wird dadurch leicht abgeholfen, daß man ihn dieses Geschäft zu Hause verrich-

ten läst. Er wird alsdenn auch besser damit zurecht kommen, weil er nicht übereilt wird. Die ganze Sache bekommt natürlicher Weise mehr Reiz für ihn, prägt sich dem Gedächtnis besser ein, und bereitet ihn zu dem folgenden vor. Ueberdas ist dieses ein gutes Mittel, bald einige Fertigkeit und Genauigkeit im Zeichnen zu erlangen, woran es doch im Anfang gemeiniglich noch sehr fehlt. Bei weitern Uebungen in der praktischen Geometrie ist dieselbige noch nothwendiger; deswegen mus man bei einfachen und leichten Exempeln frühe den Anfang damit machen. Unter der Hand können die mancherlei Vortheile gezeigt werden, welche man bei der Verfertigung eines Risses nöthig hat: z. B. was man für Farben gebraucht, wie sie aufgetragen werden, wie man verfährt, wenn man ein Profil, einen Grundriß oder Aufriß zeichnet. Eine vollständigere Anleitung mus man freilich auf die Zukunft verspahren: indessen werden diese Vorübungen doch in den Stand sezzen, hernach leichter und geschwinder zur Vollkommenheit zu gelangen. Auch derienige, welchen seine Beschäftigungen in reifern Jahren von diesen Uebungen abhalten, kann oft in Fälle kommen, wo ihm einige Kenntnisse von dieser Art brauchbar sind.

Erstes Beispiel.

Aufgabe. Durch drei gegebene Punkte, die nicht in einer geraden Linie liegen, einen Zirkel zu ziehen.

Zur vollständigen Einsicht ist es nöthig, den Saz voraus zu schikken, daß die Punkte iedesmal in einer Ebene liegen, welcher sich ohne Schwierigkeit begründen läßt. Hieraus wird klar, warum man die drei Punkte annehmen kann, wo man will, ohne eine Unmöglichkeit zu fordern. Der einzige Fall, wo sie in einer graden Linie liegen, verdient noch eine besondere Erwähnung, und Zurükweisung auf die Natur der Zirkellinie. Um die Idee des Lehrlings noch vollständiger zu machen, zeige man ferner, daß gerade drei Punkte nöthig sind, die Grösse eines Zirkels zu bestimmen. Durch zwei Punkte kann man eine Menge Zirkel legen, welches durch Zeichnung deutlich gemacht wird: durch vier oder mehrere Punkte kann man gar keinen Zirkel ziehen, wenn die Distanz derselben nicht vorher abgemessen worden ist. Auch dieses machen Versuche anschaulich. — Hierauf zeichne man die drei Punkte in willkührlicher Entfernung, und frage den Lehrling, worauf es wohl bei der Auflösung dieser Aufgabe ankomme? Was man zu-

erst suchen müsse, um einen Zirkel ziehen zu können? — Von der richtigen Beantwortung dieser Frage hängt die Deutlichkeit der ganzen Sache ab; deswegen bemühe man sich, wenn er sie nicht vielleicht gleich findet, ihn durch Winke darauf zu führen. — Man schreibe hierauf dieselbe etwa mit den Worten an die Tafel: der Mittelpunkt wird gesucht. Nun verfahre man nach der gewöhnlichen Regel. Daß dabei Genauigkeit nöthig ist, weil der Anfänger bei etwas unrichtiger Zeichnung leicht auf unnöthige Zweifel verfällt, verstehet sich von selbst. — Man hat hierauf Gelegenheit, die Beurtheilungskraft der Lernenden zu prüfen, wenn man sich stellt, als ob man nichts weiter hinzu zu sezen hätte, und zu den folgenden Paragraphen fortgehen wollte; oder die Frage aufwirft, ob sie sich nun von der Richtigkeit des Sazzes völlig überzeugt hätten, daß drei Punkte iedesmal in der Peripherie eines Zirkels liegen — oder noch andere Gründe verlangten? Ob Beispiele überhaupt dazu dienten, die Lehrsäze der Mathematik zu beweisen, oder was sie sonst für einen Gebrauch hätten? Woher man eigentlich die wahren Principien derselbigen nehmen müste? — Winke, die ungemein viel zur Beförderung des gründlichen Denkens beitragen können. — Den Anfang des Beweises mache man

damit, daß man die Sehnen zihe, und zeige, daß sie durch das vorgeschriebene Verfahren durch senkrechte Linien in gleiche Hälften getheilt worden sind. Eine kurze Wiederholung, oder vielleicht nur Zurükweisung auf die Stellen, wo dieses gezeigt worden, wird dieses ausser Zweifel sezen. Das Resultat wird angeschrieben. Durch Hülfe der Triangel folgt nun die weitere Darstellung des Theorems, daß der Perpendikel, welcher eine Sehne halbirt, durch den Mittelpunkt des Zirkels gehet. Dies wird unter das vorige Resultat gesezt; und um grösserer Deutlichkeit willen wird die Richtigkeit dieses Sazes an beiden Perpendikeln gezeigt. — Jezt macht man noch einmal auf die Forderung der Aufgabe aufmerksam, wiederholt kurz die Vordersäze, und überläßt dem eigenen Nachdenken der Zuhörer die Auffindung des Schlussazes. — Durch einige, etwas veränderte Aufgaben kann man hierauf die Regeln der Auflösung und ihre Gründe dem Gedächtnis weiter einprägen. Man zeichne z. B. die Peripherie eines Zirkels, indem man den feststehenden Zirkelfuß mit Papier unterlegt, um den Mittelpunkt zu verbergen, und lasse hierauf denselbigen suchen.

Zweites Beispiel

Von dem veriüngten Maasstabe.

Wenn die Lehrsäzze von der Aehnlichkeit der Figuren wohl gefaßt worden sind; wenn überdas die Decimaltheilung völlig erklärt, und ihre Vorzüge gezeigt worden sind: so wird die Aufgabe, wie man einen veriüngten Maasstab verfertigen soll, keine Schwierigkeit mehr machen. Man suche nur zuerst eine richtige Idee von diesem Instrument zu machen, und die Unentbehrlichkeit desselbigen zu zeigen. Man lege den Lehrlingen einen Riß eines Gebäudes oder einer Landschaft vor, bei welchem die wahre Länge und Breite in Decimaltheilen am Rande bemerkt ist. Weil dieser Riß dem Gebäude ähnlich seyn soll, so frage man, wie es wohl anzufangen sey, daß bei der Abbildung einer Sache auf dem Papier das nemliche Verhältnis der Theile beobachtet werde, welches sich bei dem Original findet. Dies wird ohne Mühe den wahren Begrif von dem veriüngten Maase geben. Man trage also die Länge und Breite der Zeichnung auf eine Tafel, und theile sie in so viele Theile, als das Gebäude hat; so findet sich das hier gebrauchte Maas. Nach demselbigen verfertige man einen Maasstab, der in seine Ruthen und Schuhe abgetheilt wird. Eben dieses wird nun bei einer andern

Zeich-

Zeichnung vorgenommen, und der Maasstab, nach welcher dieselbige verfertigt worden ist, unter den vorigen gesezt. Nun läst man Vergleichungen zwischen beiden anstellen, und durch eigenes Nachdenken auffinden, daß die Grösse desselbigen willkührlich ist, daß man sich bei der Bestimmung derselbigen nur nach der Grösse des Papiers oder nach andern Bedingungen richtet, wie z. B. ieder Mahler und Kupferstecher thut. — Die Unentbehrlichkeit desselben mus noch weiter aus Beispielen aus der praktischen Geometrie dargethan, und gezeigt werden, daß man zwar eine Linie eines Risses willkührlich annehmen kann, daß aber die andern nun nach dieser bestimmt werden müssen: deswegen sey es nöthig, verschiedene grössere und kleinere Maasstäbe zu verfertigen, wenn man mit vielen Zeichnungen zu thun hat, u. s. w. Nun gebe man dem Lehrling ein Papier, um darauf einen kleinen Maasstab in Ruthen, Schuhen und Zollen zu machen. Wenn die Schuhe darauf abgetheilt sind: so wird ihm anfangs die Eintheilung in Zolle Schwierigkeiten machen. Diese überläst man einige Zeit seinem Nachdenken, und bringt ihn dann etwa auf folgende Art auf die Erfindung mit den Querlinien. Man zeichnet einen rechtwinkelichten Triangel, dessen einer Cathetus genau zehnmal so gros ist, als der andere. Von

seinen Theilungspunkten läst man Linien mit dem kleinen Cathetus parallel auf die Hypothenuse fallen, welche auch diese in zehn Theile schneiden. Durch einige Fragen, und durch Anwendung der Säzze von der Aehnlichkeit der Triangel werden die Zuhörer bald auf das Verhältnis dieser zehen kleinen Linien, und den Gebrauch derselbigen bei dem veriüngten Maasstab geführt werden. Es komt dabei vorzüglich auf deutliche Zeichnung und sorgfältige Entwikkelung der Idee von der Proportion der Linien an. — Nach dieser Vorbereitung läst man die Eintheilung in Zolle verfertigen, und mit Zahlen bezeichnen, wobei man, so viel es möglich ist, alles der eigenen Erfindungskraft des Lehrlings überläst. Die Fehler, welche er anfangs macht, wird er leicht selbst verbessern, wenn man ihn nur darauf aufmerksam macht. — Den Gebrauch dieses Maasstabes lehret man durch verschiedene Aufgaben, und vergißt nicht, zuzusezzen, daß bei kleinen Zeichnungen die Theile, welche man vorher Schuhe genennt hat, für Ruthen können genommen werden.

Drittes Beispiel.

Wie sucht man zu drei Linien eine vierte, die mit den vorigen in Proportion stehet?

Weil diese und ähnliche Aufgaben gewöhnlich gleich nach den Lehrsäzzen von der Aehnlichkeit der Dreiecke folgen: so dienen sie sehr gut zur Wiederholung und tieferen Einprägung dieser wichtigen Säze. Diesen Endzwek erreicht man am besten, wenn man die Auflösung so einleitet, daß sie der Zuhörer selbst erfinden kann. Um der Abwechslung willen werde ich diese Aufgabe in der Form eines Gesprächs vortragen.

Lehrer. Hier habe ich einen Maasstab hingezeichnet, den ich willkührlich in zwanzig gleiche Theile getheilet habe. Da neben hin zeichne ich nun drei Linien, deren iede genau einige Theile dieses Maasstaabs enthält. Die kleinste hält 4, die mittlere 6, und die gröste 8 Theile. (Dieses zeigt man mit dem Zirkel.) Was fodert nun unsere Aufgabe?

Schüler. Daß wir eine vierte Linie suchen, die mit diesen dreien in Proportion stehet.

L. Wie gros wird also diese Linie werden?

S. Sie wird 12 Theile des Maasstabs enthalten.

L. Richtig. Nun wollen wir noch ein anderes Beispiel nehmen. Hier stehen drei neue

Linien,

Linien, welche ich so abgemessen habe, daß die erste 3, die zweite 6, die dritte 7 Theile hält: also die vierte?

S. Hält 14.

L. Wie haben wir also in diesen beiden Fällen die Linien gefunden, welche wir suchten?

S. Nach der Regel de Tri.

L. Also durch Rechnung. So oft wir also einen Maasstab haben, nach welchem die Linien abgezeichnet sind, können wir ohne Schwierigkeit nach der Regel De Tri die vierte Proportionallinie suchen. — Nun aber wollen wir drei andere hinzeichnen, ohne sie zuvor abzumessen. Sie sehen, daß diese nicht mehr nach unserm Maasstab können gemessen werden. Sollte aber nicht eine vierte Linie eben so gut hier, als bei unsern vorigen Beispielen, möglich seyn, die ihnen proportionirt wäre?

S. Allerdings.

L. Wenn wir diese nun durch Rechnung suchen wollten, was müsten wir denn zuerst suchen?

S. Einen Maasstab, nach welchem man sie genau messen könnte.

L. Dieses wird aber nicht so leicht seyn. Versuchen Sie selbst, ob sie einen solchen Maasstab finden können. (Nun lasse man einen der Zuhörer einige Proben anstellen, wodurch er sich überzeugt, daß diese Aufsuchung nicht thunlich ist.)

S. Auf

S. Auf diesem Wege werden wir also nicht auskommen.

L. Unsere Aufgabe verlangt auch nicht, daß wir durch Rechnung die Auflösung suchen sollen: sondern durch Zeichnung. Wir wollen uns also an die kurz vorhergehenden Lehrsäzze erinnern, und sehen, ob sich nicht eine Figur findet, worin wir unsere drei Linien legen können, so daß sich eine vierte Proportionallinie von selbst giebt.

S. Sollte diese Figur nicht der Triangel sein?

L. Getroffen! Wenn sind die Seiten eines Triangels mit den Seiten eines andern proportional?

S. Wenn die Winkel in beiden gleich sind.

L. Wir wollen also einmal die zwei ersten Linien a und b unter einen willkührlichen Winkel zusammensezzen, und den Triangel unten zuschliessen. Was müssen wir nun weiter thun?

S. Wir müssen noch einen Triangel machen, der mit diesem gleiche Winkel hätte.

L. Hier steht dieser Triangel, dessen obern Winkel ich dem obern Winkel des vorigen gleich gemacht habe Was fangen wir nun mit der dritten Linie c an?

S. Diese stekken wir auf der einen Seite des zweiten Triangels ab.

L. Wo wird nun die 4te Proportionallinie liegen?

S. Hier.

S. Hier. (indem er auf den andern Schenkel des Triangels zeigt.)

L. Wie lang wird dieselbige, welche wir d nennen wollen, dann wohl werden?

S. ——

L. Wir haben so eben gehört, daß wenn die Seiten des 2ten Triangels mit denen des ersten in Proportion stehen sollen, die Winkel gleich seyn müssen. Nun sind die obern Winkel gleich gemacht worden. Was mus also noch weiter geschehen?

S. Auch die Winkel an der Grundlinie müssen ienen gleich gemacht werden.

L. Was brauchen wir hiezu für ein Werkzeug?

S. Den Transporteur.

L. (macht die Winkel in beiden Triangeln gleich.) Nun sind also die Triangel einander ähnlich, und? —

S. Die Seiten stehen in Proportion.

L. Wie drükken wir diese Proportion mit Worten aus?

S. Die Seite a verhält sich zu der Seite b, wie die Seite c zu d.

L. (schreibt die Proportion an die Tafel, a : b = c : d.) Könnten wir diese Triangel nicht auf einander legen?

S. Ja.

L. (er zeichnet die beiden Triangel, daß sie

mit

mit den Spizzen in einander fallen.) Nun sehen wir noch auf eine andere Art, daß die Winkel an der Grundlinie gleich sein müssen, ohne sie zu messen.

S. Weil die Grundlinien parallel liegen.

L. Wie heist der Lehrsaz, wo dieses bewiesen wird?

S. (sagt den Saz, und zeigt den Ort im Buche, wo er stehet.)

L. Diese neue Methode, die Zeichnung an einem Triangel vorzunehmen, ist wirklich bequemer, als die vorige. Wir wollen also zur Uebung noch einige Beispiele vornehmen.

(Diese weitere Uebung stellet einer der Lehrlinge selbst an. Auch die andere Aufgabe, zu zwei Linien die dritte zu suchen, wird noch besonders erklärt, wenn man vorher bemerkt hat, daß sie nur ein besonderer Fall von der vorigen ist.)

Sechster Abschnitt.

Von den Beweisen.

Die Beweise sind das Vorzüglichste einer jeden Wissenschaft: sie sind ein Vorrecht vernünftiger Geschöpfe, welchen iede Kentnis erst dadurch recht nüzlich wird, wenn sie sie im Zusammenhang

menhang mit andern Kenntnissen übersehen, und die Gründe angeben können, warum eine aus der andern folgt. Die Frage nach der Ursache der Dinge liegt tief in der menschlichen Seele: sobald sich in dem Kinde die Kräfte des Geistes einigermasen entwikkeln, so offenbart sich auch dieser unüberwindliche Hang, die Ursache ieder Begebenheit, ieder Eigenschaft und Wirkung der uns umgebenden Gegenstände zu erforschen. — Zu schwach ist freilich unsere Denkkraft in tausend Fällen, theils ihrer Natur nach, theils wegen so vieler Einschränkungen, die ihre iezzige Verhältnisse mit sich bringen, diese Wißbegierde zu befriedigen. Desto reizender für sie ist also die Aussicht in das Feld mathemathischer Kenntnisse, wo sie ieden Grund aufsuchen, ieden Zusammenhang vollkommen einsehen kann.

Hier also ist die grosse Pflicht des Lehrers, die Forderungen vollkommen zu erfüllen, die der Lehrling der Mathematik mit Recht an ihn macht. Nie darf er einen Saz blos dem Gedächtnis empfehlen, ohne die Richtigkeit desselben für den Verstand zu zeigen, — nicht blos durch Exempel zeigen, sondern aus den ersten Principien streng beweisen. Dadurch vorzüglich thut er seinem Amt als Lehrer einer so vollkommenen Wissenschaft Genüge, dadurch nährt er den Forschungstrieb seiner Zöglinge, und giebt ihnen früh die

Rich-

Richtung, durch welche er in ieder bürgerlichen und wissenschaftlichen Beschäftigung die sichersten Fortschritte macht. Ernstlich und eifrig sey daher sein Bestreben nach einem lichtvollen, zusammenhängenden Vortrag: vorzüglich studiere er den Ideengang der ersten grossen Erfinder in der Mathematik, suche sich ganz nach diesen Mustern zu bilden, und ihre Lehren so sinnlich als möglich dem Anfänger darzustellen. — Vielleicht können folgende Bemerkungen einige Anleitung dazu geben.

Wenn ein Lehrsaz oder eine Aufgabe deutlich erklärt worden ist; so ist vors erste nothwendig, noch einmal kurz festzusezzen, was zu beweisen ist, und dieses einigemal zu wiederholen: Denn dieses mus das Ziel seyn, welches der Schüler immer vor Augen behält, und worauf der Lehrer mit ihm losgehet. Besonders ist dieses bei etwas weitläuftigen Beweisen nothwendig, wo sonst bei dem Ueberdenken der Mittelsäzze, das Hauptresultat, worauf alles ankommt, und dem man sich nähern will, zu leicht vergessen wird. Dasselbe suche man also kurz durch Worte oder andere Zeichen auszudrükken, und schreibe es an die Tafel, neben die Figur, woran der Beweis gezeigt werden soll. Hier sind einige Beispiele: Die 3 Winkel eines $\Delta = 180^{\circ}$. Seite des 6 Eks = Rad. Bei arithmetischen Aufgaben

 richte

richte man dieses nach der angeschriebenen Rechnung ein, z. B. wenn man beweisen will, daß 81 die Quadratwurzel von 6561, oder 9 die Cubikwurzel von 729 sey: so schreibt man 81 $= \sqrt{6561}$ $9 = \sqrt[3]{729}$. Wenn der Lehrling den Endzwek des Beweises stets vor Augen behält, so kann er das Ganze besser fassen, und weis an welche Hauptidee er die andern anknüpfen soll. Deswegen suche man ihn immer darauf aufmerksam zu erhalten, durch eingestreute Fragen ihn nach dieser lezten Absicht hinzuleiten, und nach vollendeter Arbeit ihm den Zusammenhang zwischen Nebenideen und der Hauptidee zu zeigen.

Ordnung ist die Seele eines Beweises. Dies ist eine Wahrheit, die man bei diesem Geschäft nie aus dem Sinn verliehren sollte. Wer im Ernst verlangt, daß seine Zuhörer völlig von den Wahrheiten sich überzeugen sollen, die er ihnen vorträgt, der mus den Gang der menschlichen Seele kennen, den sie nimmt, wenn sie den Gründen einer Sache nachspürt: er mus insbesondere wissen, wie sie bei der Aufsuchung und Begründung mathematischer Wahrheiten verfährt. Wenn er weiß, in welcher Ordnung dieselben am natürlichsten folgen, und sich der Seele auf die leichteste Weise darstellen lassen; wenn durch

Uebung

Uebung im Vortrag dieses Studium immer gründlicher nd fruchtbarer wird: so werden seine Lehren gewis Eingang finden, und die Beweise derselben jeden Aufmerksamen überzeugen. Es ist nicht so leicht, diesen Gang der menschlichen Seele so völlig zu erforschen, daß man bei den so verschiedenen Gegenständen der Elementarmathematik denselben iedesmal sogleich treffe: denn es gehört dazu schon ziemliche Uebung im Dociren, und nicht gemeine Bekanntschaft mit dem System. Sorgfältige Vorbereitung, nicht nur in Ansehung der Sachen selbst, die man vortragen will, sondern auch in Ansehung der Art und Weise des Vortrags, ist für ieden Lehrer unumgänglich nöthig. Er ist sonst in Gefahr, Dinge mit in den Beweis zu ziehen, die nicht eigentlich dahin gehören, wenigstens in so fern nicht, als sie von dem graden simpeln Wege der Demonstration ableiten, zu viele heterogene Nebenideen erwekken, und hernach die Uebersicht des Gesagten erschweren. Jeder, der aus eigener Erfahrung sprechen kann, wird sich erinnern, daß er anfangs Ursache hatte, gegen diesen Fehler auf seiner Huth zu seyn, und mir darin beistimmen, daß durch eingestreute Anmerkungen, welche nicht zur Sache gehören, die Deutlichkeit leicht verliehrt. Ich rede aber hier nur vorzüglich von demienigen Falle, wo sich die Seele in

einem höhern Grad von Anstrengung befindet, um eine Kette von Schlüssen aneinander zu reihen: in andern Fällen, wo weniger Anstrengung erfordert wird, ist dieser Fehler von geringerer Bedeutung. Die erste Regel, die aus diesen Betrachtungen fliest, ist also: daß man bei Beweisen mathematischer Säzze alles weglasse, was nicht unmittelbar zur Absicht führt. Eine andere, noch wichtigere: daß man durch sorgfältige Präparation verhüte, bei etwas zusammengesezten Beweisen nicht gegen die natürliche Ordnung zu verstosen, oder gar in ein Galimathias zu gerathen.

So wichtig auf der einen Seite die Vermeidung einer unnöthigen und zwekwidrigen Weitschweifigkeit ist; so nothwendig ist in einem andern Betracht die gehörige Vollständigkeit bei den Beweisen. Aus mancherlei verkehrten Absichten pflegen Einige wohl bei Anfängern etwas weitläuftige Beweise zu sehr abzukürzen, theils weil sie den völligen Zusammenhang noch nicht für nöthig halten, theils weil sie dieselben zu ermüden fürchten; oder gar, weil sie es für sich bequem finden, über Schwierigkeiten hinauszueilen. Manche möchten auch wohl deswegen einzele Mittelsäzze überspringen, oder zu kurz berühren, weil sie die ehemalige Erklärung derselbigen für hinlänglich halten. Im Vorhergehenden

henden ist beiläufig schon auf diese Scheingründe geantwortet worden. Also nur noch einige Worte von dem lezten Fehler. Es ist freilich nicht zu läugnen, daß es zuweilen etwas mühsam und unangenehm für den Lehrer ist, wenn er das, was er in den vorigen Lektionen deutlich gezeigt hat, in der Folge noch einmal beweisen mus, wo er es als einen unbezweifelten Vordersaz annehmen mögte: aber wenn er bedenkt, wie viele Gedult bei Ungeübten, meist noch iungen Lehrlingen nöthig ist, die bei dem besten Willen doch selten das Vermögen haben, eine allzugedrängte Schlusfolge zu begreifen; wie bald bei ihnen das Gelernte wieder halb vergessen ist: so darf er sich diese Mühe nicht verdriesen lassen. Bei der entgegengesezten Behandlungsart würden sich Lehrer und Schüler öfters selbst täuschen: der erstere, weil er glaubte, daß seine Zuhörer die Mittelbeweise dazu dächten, welche sie ehemals gehört haben; und die Lezteren, weil sie eigentlich das Resultat des Beweises nur begreifen, und glauben, daß das andere von minderer Wichtigkeit sei.

Die Vollständigkeit erfordert also, 1) daß er keinen Zwischensaz, wenn er auch noch so augenscheinlich ist, ganz übergehe, welches allemal ein unverzeihlicher Fehler bleibt. 2) Daß er auch diese hinlänglich auseinander zu sezzen,

 und

und wenn es nöthig ist, aus den vorigen Paragraphen aufs neue zu begründen suche. Er lasse alle Vordersäzze zu dem Beweis nachschlagen, zeichne allenfalls eigene Figuren dazu, und gehe sie kurz aber vollständig durch. So bahnet er sich, obwohl mit einiger Mühe, einen desto sicherern Weg.

Bei dem ersten Cursus der reinen Mathematik wird diese etwas weitläuftige Art zu beweisen durchaus nothwendig seyn: nachher aber kann man sich kürzer fassen, wenn einmal die Hülfsbeweise oft durchgedacht, und hinlänglich deutlich sind. Eine kleine Anzeige derselben ist alsdenn meist hinlänglich, um sie bei den Zuhörern wieder in Erinnerung zu bringen. Oefters werden dieselbigen ohne weitere Anzeige des Lehrers, selbst daranf verfallen, welches ohne Zweifel die sicherste Probe von Aufmerksamkeit ist. Wie viel ist gewonnen, wenn diese erregt und erhalten wird! Wie sehr sollte also ieder Lehrer darauf bedacht seyn, durch zwekmäsige Fragen den Lehrlingen auf die Spur zu helfen, daß sie die vorigen Ideen wieder aufsuchen und zusammenketten lernten, ohne daß er selbst den Knoten löset! Diese bekannte, und ihres Nuzzens wegen so häufig empfohlene Methode, die ich oben schon berührt habe, ist gewis bei keinem Unterricht anwendbarer, als bei dem mathema-

tischen.

tischen. Sie ist es, wodurch der Zuhörer in beständiger Thätigkeit erhalten wird, wodurch er mit seinen erworbenen Schäzzen wuchern lernt, die er sonst gar zu leicht für unnüzzen Hausrath ansieht. Welche Reize hat für ihn die Gelegenheit, sich auf einer vortheilhaften Seite vor seinem Lehrer und Mitschülern zu zeigen! — sich selbst von der Summe seiner Kenntnisse besser zu versichern! Er blikt dabei gleichsam in das Innerste seiner Seele, lernt seine eigene Verstandeskräfte gehörig würdigen, und in das rechte Verhältnis mit den Talenten seiner Mitschüler sezzen. Gewis, wo so mannigfaltige Triebfedern zur Thätigkeit gespannt erhalten werden, wo Selbstschäzzung und Achtung bei Andern so sichere Befriedigung finden, da ist auch Aufmerksamkeit zu erwarten.

Auf Seiten des Lehrers sind noch einige Vorsichtsregeln bei dieser Fragmethode zu empfehlen. 1) Er lerne die Kunst, seine Fragen nicht zu schwer oder zu unbestimmt einzurichten: aber auch den zu findenden Beweis nicht zu deutlich darin anzugeben, weil sonst für den Schüler die Nothwendigkeit wegfällt, seine Besinnungskraft anzustrengen. 2) Er lerne eine andere, noch schwerere Kunst, halbwahre Antworten durch weitere Fragen geschikt zum Zwek zu leiten, ohne Verwirrung in dem Ideengang seiner Zu-

hörer anzurichten. 3) Auch da, wo ganz falsche Antworten fallen, hüte er sich, den Irrenden zu beschämen, wenn nicht grosse Nachlässigkeit die Ursache davon ist: sondern suche die unrichtigen Ideen weiter zu entwikkeln, zu berichtigen, und durch andere Einkleidung der Frage dem Zwek näher zu kommen. Indem man die einzelen Theile des Beweises durchgehet, so schreibe man die Schlussäzze, welche herausgebracht werden, untereinander, bis man auf den Hauptsaz kommt. Dieses Schema ist in mehrerer Rüksicht nüzlich: denn es dienet erstlich dazu, den Beweis leicht zu wiederholen, zweitens den ganzen Zusammenhang desselbigen mit einem Blik zu übersehen. Eine Fertigkeit, die man durch iedes dienliche Mittel erleichtern mus, weil ohne sie der Hauptbegrif nie völlig deutlich wird. Bei den ersten Anfängern ist eine geschwinde Uebersehung zwar seltener zu erwarten: desto nöthiger ist zeitige Uebung in dieser nüzlichen Geistesbeschäftigung.

Erstes Beispiel.

Das Quadrat, welches man an einem rechtwinkelichten Triangel auf die Hypothenuse zeichnet, ist den beiden Quadraten auf den Cathetis gleich.

Zuerst wird ein rechtwinkelichter Triangel hingezeichnet, und daran deutlich gezeigt, was

Hypo-

Hypothenuse und was Catheti sind, und nicht vergessen, wohl einzuschärfen, daß diese Benennung nur bei rechtwinkelichten Triangeln Statt findet. Um diese Benennungen dem Anfänger geläufig zu machen, läst man ihn selst einen Triangel zeichnen: und die Nahmen der Seiten dabei sezzen. Hierauf läst man auf ieder Seite ein Quadrat aufrichten, um diese Aufgabe gelegenheitlich zu üben. Die Seiten des Triangels werden stärker gezeichnet, iedes Quadrat wird mit einem eigenen Buchstaben benennt, und alsdann der Saz etlichemal vorgesagt, damit der Sinn desselben gleich anfangs gefaßt werde. Um allen Misdeutungen vorzubeugen, füge man die ausdrükliche Einschränkung bei, daß nicht von der Gleichheit des Umfangs, sondern der Flächen die Rede sey. Wenn man es für nöthig hält, so kann man den Ungrund des ersteren noch durch Versuche darthun, und bei dem Ausdruk, daß die Flächen der Quadrate gleich seyn sollen, durch Fragen versuchen, ob derselbige völlig deutlich ist. Bei den ersten Anfängern bedürfen solche Grundbegriffe eine wiederholte sorgfältige Entwikkelung. — Nun geht man zum Beweis des Sazzes selbst fort. Damit derselbe, als das Ziel der ganzen Untersuchung stets vor Augen bleibe, und sich nicht unter dem Nachdenken über andere Gegenstände verliehre,

 so

so schreibe man ihn kurz an: Qa = Qb + Qc. Man unterstreiche dieses, um es von dem folgenden Calcul zu unterscheiden und vorzüglich kenntlich zu machen. — Das grosse Quadrat wird nun nach der gewöhnlichen Beweisart durch eine aus dem rechten Winkel auf die Hypothenuse senkrecht gezogene und durch dieselbe verlängerte Linie in zwei Theile zerschnitten, deren ieden man mit einem eigenen Buchstaben m und n bezeichnen, und die beiden zu beweisenden Säzze m = b, n = c auch ansezzen kann. Mit einigen Worten wird noch deutlicher erklärt, daß durch den Beweis dieser beiden Säzze der Hauptsaz selbst bewiesen ist. — Ehe man weiter gehet, suche man die in den vorigen Lektionen festgesezten Gründe, worauf man sich iezo berufen mus, wieder ins Gedächtnis zurük zu rufen. Bei aufmerksamen Schülern wird dieses ohne Mühe geschehen. Den weniger geübtern zu Gefallen schreibe man dieselbe auf eine besondere Stelle der Tafel, und forsche durch Fragen, ob sie dieselben behalten haben, und noch gehörig zu beweisen wissen. Dahin gehören: daß zwei Triangel, in denen zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel gleich sind, auch gleichen Inhalt haben. — Daß die Seiten des Quadrats gleich sind — daß gleiche Grössen bei gleicher Vermehrung gleich bleiben, — daß

zwei Parallelogrammen von gleichen Grundlinien und Höhen, gleich gros sind, — daß ieder Triangel die Hälfte eines Parallelogramms von gleicher Grundlinie und Höhe ist. Weil einige dieser Sätze gewöhnlich in den vor unserm Lehrsaz zunächst stehenden Paragraphen bewiesen werden, so wird man sie ohne viele Weitläuftigkeit aufs neue anschaulich machen können: ob dieses geschehen ist, davon mus der Lehrer vollkommen überzeugt seyn, ehe er den Hauptbeweis ausführt, um an keinem Ort eine Lükke in der Uebersicht des Ganzen befürchten zu müssen. — Hierauf ziehe er die zum Beweis nöthigen Diagonale, aber nur in einzelen Punkten, damit sie von den Hauptlinien richtig unterschieden werden, bezeichne die Ekken der Figur mit Buchstaben, und führe den Beweis ordentlich aus. Die Resultate iedes Theils seze er in den gewöhnlichen Zeichen unter einander, bis er auf das Hauptresultat kommt: überall beziehe er sich auf die neben angeschriebenen Hülfssäze. Wenn er mit dem einen Theil z. E. m = b zu Ende ist, so ist es wenigstens nicht ohne Nuzzen auch den andern, daß n = c, obwohl etwas kürzer auszuführen. Das ganze Schema mus er in guter Ordnung, distinct, und in gehörigen Absäzen aufschreiben. Zulezt folgen eine kurze Wiederholung, die der Docent

selbst,

selbst, oder einer der Lehrlinge mit Hülfe dieses Schema's anstellt, Folgerungen, Anwendungen und sonstige Anmerkungen, die sich bei einiger Aufmerksamkeit von selbst darbieten: vielleicht auch noch eine veränderte Form des Beweises, die blos aus dem Princip von der Gleichheit der Parallelogrammen fliest. Doch dieses müssen die iedesmaligen Umstände bestimmen.

Zweites Beispiel.

Ein Winkel an der Peripherie, der mit einem andern am Centro auf einem Bogen stehet, ist nur halb so gros als dieser.

Zuerst genaue Erklärung und einigemal wiederholte deutliche Vorzeichnung. Man darf nicht glauben, daß die Idee, welche in diesem oder ienem ähnlichen Sazze vorgetragen wird, so leicht vollständig gefaßt werde, ehe man die Sache auf mehreren Seiten gezeigt, und alles davon entfernt hat, was Verwirrung verursachen könnte. Bei den ersten Anfängern würde gleich anfangs eine Wiederholung der Begriffe von Peripherie, Centrum, und zusammengehörigen Bogen und Winkeln nöthig seyn. Aber auch bei etwas Geübteren wenigstens eine deutliche Entwikkelung der Frage: durch welches Mittel

man

man die Grösse der Winkel gegeneinander vergleicht? Es ist nicht selten der Fall, daß manche Zuhörer, die zwar schon gehört haben, daß man die Grösse eines Winkels nach dem Grade eines Cirkelbogens beurtheilt, worauf er stehet, bei der Rükerinnerung doch den wichtigsten Umstand vergessen, daß der Bogen ein Stük eines Zirkels seyn mus, dessen Centrum in der Spize des Winkels liegt. Hier also bemühe sich der Lehrer zuerst eine richtige Vorstellung zum Grund zu legen: sonst ist alle weitere Erklärung völlig unverständlich. Er zeige also durch Zeichnung 1) daß einerlei Winkel durch Bogen von verschiedener Länge gemessen werden, ie nachdem der Radius lang oder kurz ist. Zu dem Ende ziehe er einige concentrische Zirkel, und seze an den Mittelpunkt einen Winkel. 2) Daß auch verschiedene, nicht gleiche Winkel auf einem und eben demselben Bogen stehen können. Man beschreibe einen Zirkel, in dessen Peripherie nehme man einen Punkt zum Centrum eines grössern Zirkels an, der den kleinern berührt. An diesen beiden Centris kann man Winkel ansezen, die auf einem Bogen stehen, und nicht von gleicher Grösse sind. Ein angelegter Winkelmesser kann die Sache noch deutlicher machen. — Wenn diese Ausdrükke ganz verstanden worden sind: so ist eine neue Zeichnung nöthig, um noch tie-

fer

ser in den Sinn des Theorems einzubringen, und an keinem Ort Schwierigkeiten zurük zu lassen. Man mus nehmlich nun auch den Ort bestimmen, wo der Vertex in der Peripherie liegen kann. Wenn also an dem Mittelpunkt eines Zirkels ein Winkel von beliebiger Grösse angesezt worden ist, so daß die beiden Punkte, in welchen die Schenkel den Kreis schneiden, a und b genennt werden, die beiden entgegengesezten Punkte aber c und d, wo die Schenkel durch das Centrum rükwärts verlängert die Peripherie schneiden: so mache man begreiflich, daß eigentlich acht Fälle möglich sind, den Vertex des Winkels an der Peripherie anzusezen,

1) zwischen c und d

2) in c
3) in d
} Ist nur ein Fall.

4) zwischen a und c
5) zwischen b und d
} Ebenfalls.

6) in a
7) in b
8) zwischen a und b
} Diese drei streiten gegen die Bedingung, daß der Winkel am Vertex mit dem am Centro auf einem Bogen stehe.

Nachdem man hierauf gezeigt hat, daß die drei lezten Fälle nicht Statt finden, und daß die übrigen 5 sich auf 3 bringen lassen: so werden dieselben neben einander geschrieben, und zu jedem

dem

dem eine eigene Figur gezeichnet, worauf man zum Beweis übergehen kann. — Ich glaube nicht, daß Jemand diese anscheinende Weitläuftigkeit für überflüssig halten wird, wenn man, wie ich gethan habe, Lehrlinge voraussezt, die sich bei dem kleinsten Anstos oft noch nicht ohne Anleitung zu helfen wissen. Deswegen fange man auch mit dem einfachsten Falle an, wo der Winkel in c oder d ligt; führe zuvor wieder auf die Elemente zurük, daß Nebenwinkel den drei Winkeln eines Triangels gleich sind — daß in gleichschenkelichten Triangeln die Winkel an der Grundlinie gleich sind, u. s. w. und beweise dieselbe aufs neue wenn es erforderlich ist. Alsdann kann man die Anwendung von den Schülern selbst machen lassen. — Der zweite Fall ist, wenn der Winkel zwischen c und d liegt, wobei man nach geführtem Beweis nur noch durch einige Beispiele zeigen mus, daß derselbe wirklich einerlei bleibt, die Spizze des Winkels mag zwischen c und d liegen, wo man will. Eben dieses gilt auch bei dem dritten Falle.

Drittes Beispiel.

Eine Kugel enthält zwei Drittheil von einem Cylinder, der gleiche Grundfläche mit ihrem grösten Zirkel, und gleiche Höhe mit ihrem Diameter hat.

Lehrer. Sie hören hier eine Vergleichung zwischen Kugel und Cylinder: erinnern Sie sich noch

noch der vorigen zwischen Kegel und Cylinder?

Schüler. Der Kegel ist der dritte Theil des Cylinders von gleicher Grunfläche und Höhe.

L. Und hier heist es, die Kugel soll $\frac{2}{3}$ vom Cylinder erhalten, wenn u. s. w.

(Er zeichnet die Durchschnite dieser Körper.)

Nun betrachten Sie diese Figuren: sie sollen die Körper vorstellen. Wie werden sich also diese Körper gegeneinander verhalten?

S. Wie $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$.

L. Wenn wir dieses nun in ganzen Zahlen ausdrükken?

S. Das heist, sie verhalten sich wie 1, 2, 3.

L. Richtig! Dieses soll bewiesen werden. Geben Sie mir nun einige Exempel dazu. Gesezt der Cylinder wäre gemessen worden, und hielte 60 Cubikschuhe. —

S. So hielte der Kegel 20 und die Kugel 40.

L. Wenn in einem andern Fall ein Kegel 15 Cubikschuhe hielte. —

S. So wäre die Kugel 30, und der Cylinder 45 gros.

L. Wenn wir also die Grösse eines Cylinders wissen, und wollen die Grösse der Kugel wissen: was müssen wir alsdenn thun?

S. Nichts

S. Nichts anders, als den Kegel, oder $\frac{1}{3}$ vom Ganzen abziehen, so müssen $\frac{2}{3}$ für die Kugel übrig bleiben.

L. Nun sehe ich schon, daß Sie den Saz richtig verstehen. Wir wollen ihn aber doch oben an die Tafel schreiben, um ihn stets vor Augen zu behalten.

(Er schreibt; Cylinder — Kegel = Kugel.) Hier habe ich nun Modelle von diesen drei Körpern mitgebracht, die gleich hoch sind, und gleiche Grundflächen haben. Bei denselben müssen wir uns zuerst ein wenig aufhalten, ehe wir zum förmlichen Beweis übergehen können. Sagen Sie mir doch, wenn wir diese Körper mit der Grundfläche parallel in Scheiben schnitten, was würden diese für eine Gestalt haben?

S. Sie würden alle zirkelförmig werden. Dies zeigt schon die Figur der Körper.

L. Stellen wir uns nun vor, wir schnitten die Körper in lauter Scheibgen, so dünn als möglich: würden wir dann aus einem mehr Scheiben bekommen, als aus dem andern?

S. Nein, die Anzahl müßte gleich werden, weil sie von gleicher Höhe sind.

L. Dies merken Sie sich; die Anzahl mus gleich werden. In der Grösse werden diese Scheibgen freilich verschieden sein: die Ursache ist leicht zu rathen.

S. Die Gestalt zeigt, daß die Schnitte des Cylinders alle gleich sind; bei dem Kegel aber immer kleiner werden, ie weiter man nach der Spizze kommt; bei der Kugel ebenfalls, ie weiter man sich von dem mittelsten Durchschnitt entfernt.

L. Was folgt natürlich daraus?

S. Daß der Kegel oder die Kugel kleiner seyn müssen, als der Cylinder.

L. Von dem Kegel wissen wir schon, daß dieser nur den dritten Theil des Cylinders hält: daß aber die Kugel $\frac{2}{3}$ enthält, mus bewiesen werden. Ich will Ihnen nun vorläufig sagen, auf welche Art wir dieses am besten begreifen können. Wenn wir uns vorstellen, als wären die 3 Körper in so viele dünne Scheiben geschnitten, als möglich, z. E. in 10000: so dürfen wir nur beweisen, daß wenn wir an iedem beliebigen Ort des Durchschnitts das Scheibgen des Kegels von dem des Cylinders abziehen, nichts anders als das Scheibgen der Kugel übrig bleibt. Damit ist sodann der ganze Saz erwiesen; nicht wahr?

S. Allerdings! Denn wenn wir nun von den 10000 Scheibgen des Cylinders die des Kegels abziehen, so bleiben die 10000 Scheiben der Kugel übrig, oder mit andern Worten von 1 ein Drittheil abgezogen, bleiben zwei Drittheil übrig.

L. Diese

L. Diese vorläufige Vorstellung merken Sie sich wohl: so wird es Ihnen hernach nicht schwer fallen, den Beweis einzusehen.

(Man kann diese Gedankenreihe nun noch einmal kürzlich wiederholen.)

Ehe wir nun weiter gehen, wollen wir nach unserer Gewohnheit erst sehen, was wir für Sätze aus dem Vorigen zu Hülfe nehmen müssen, und dieselbigen noch einmal kurz durchgehen: so können wir hernach den Gang des Hauptbeweises desto leichter übersehen.

(Der Lehrer zeichnet einen Triangel, und in diesen eine Linie mit der Grundlinie parallel.)

Woran erinnern Sie sich bei dieser Figur?

S. Daß die zwei in einander liegenden Triangel ähnlich sind, weil die Winkel gleich sind; daß also AB : BC = ab : bc.

L. Diese Figur wollen wir neben hinzeichnen, und die Proportion dabei sezzen. — Was wissen Sie ferner von den Radien eines Zirkels? Wie verhalten sich dieselben gegen einander?

S. Sie sind alle gleich.

L. Auch dieses wollen wir unter das Vorige schreiben.

(Nachdem dieses geschehen, wird ein rechtwinkelichter Triangel gezeichnet.)

Was haben die Seiten dieses Triangels für Benennungen?

 S. Die

S. Die längste heist Hypothenuse, die andern zwei, welche den rechten Winkel einschliessen, die Catheti.

L. Fällt Ihnen dabei nicht ein bekanter Lehrsaz ein?

S. Gewis der Pythagorische! das Quadrat der Hypothenuse ist den beiden Quadraten auf den Cathetis gleich.

L. Nun noch einen Saz.

(Es werden zwei Zirkel von ungleicher Grösse gezeichnet, und auf ihren Radien Quadrate aufgerichtet.)

Betrachten Sie einmal diese Figur.

S. (Nach einigem Nachdenken.) Die Flächen der Zirkel verhalten sich wie die Quadrate ihrer Radien.

L. So ausgerüstet können wir nun ohne Schwierigkeit den Beweis vornehmen.

(Man zeichnet die bekannte Figur, die man bei unserm Saz in allen Lehrbüchern findet. Vielleicht dient es zu mehrerer Deutlichkeit, wenn die drei in einander liegenden Figuren, iede mit einer igeneen Farbe auf ein Papierbeschrieben werden, welches man an die Tafel anheftet. Der Haupttriangel aus dem der Beweis geführt wird, wird mit den nemlichen Farben, etwas dikker ausgezeichnet.)

Hier habe ich einen Cylinder gezeichnet, und in denselben erstlich eine halbe Kugel, zweitens einen

Kegel

Kegel beschrieben. Hier an diesem Ort machen wir einen Durchschnitt durch die drei Körper; diese drei Linien sind die Radien der Durchschnitte. Eben dieselben drei liegen auch in dem, etwas stärker ausgezeichneten rechtwinkelichten Triangel, u. s. w.

(Ich halte nicht für nöthig, den folgenden Beweis hieher zu sezzen: er wird nun ohne Mühe aus den vorigen Betrachtungen fliesen, und vielleicht von einem der Geübtesten nun selbst gefunden werden. — Am Ende zeigt man noch an einer andern Figur, wo der Ort des Durchschnitts anders angenommen wird, das nehmliche, und zieht hieraus die Folge, daß dieses bei allen Durchschnitten gelten mus.)

Siebenter Abschnitt.

Verschiedene Arten der Wiederholung mathematischer Säzze.

Wie wichtig die Repetition bei dem Unterricht der Jugend ist, habe ich hier nicht nöthig, weitläuftig zu zeigen. Ehe ich von den verschiedenen Arten derselben rede, will ich nur etwas von ihrem Nuzzen erwähnen. Ohne sie ist das ganze Gebäude des vorigen Unterrichts ohne

Dauer: die Flüchtigkeit dieses Alters verträgt sich nicht mit demjenigen anhaltenden Privatfleis, welchen der Lehrer reiferer Jünglinge eher voraussezzen darf. Manches wird leicht begriffen, aber auch bald wieder von andern Ideen verdrängt, und nur durch fortgesezte öftere Wiederholungen dem Gemüthe dauerhaft eingeprägt. — Der Lehrer bekommt dadurch Gelegenheit zu allerhand Bemerkungen. Er siehet, vermuthet nicht blos, was die Zuhörer aus seinem Vortrag behalten haben; siehet, wo er deutlicher hätte seyn sollen, wo er den weniger Fähigen noch nachhelfen mus. Er lernt die verschiedenen Anlagen derselben richtiger unterscheiden, und weis nun, mit wem er sich am meisten zu beschäftigen hat. Mancher, der in andern Wissenschaften, besonders was für das Gedächtnis gehört, erträgliche Fortschritte macht, hat für die Mathematik wenig oder gar keine Anlage. Diese läßt sich durch keinen Unterricht geben, und der Lehrer würde Mühe und Zeit vergeblich anwenden, wenn er diesen mit den Fähigern gleich behandeln wollte. Ueberdas würden die Leztern dadurch sehr vernachlässigt werden. — Oft giebt ihm die Wiederholung Veranlassung zu mancherlei Anmerkungen, die in den vorhergehenden Lektionen aus Mangel der Zeit, oder um die Beweise nicht zu sehr zu zerstükken, übergangen

worden

worden sind. Ein veränderter Gesichtspunkt zeigt ihm auch noch manches, was sonst unberührt geblieben wäre. Er ist nie im Stande, ohne dieses Mittel alle Zweifel zu errathen, die diesem oder jenem aufstosen. Der Ideengang ist so sehr verschieden, daß man sich oft alle Mühe geben mus, um sich in die Vorstellungen des Zuhörers hinein zu denken. Wie ist es also möglich, die halbwahren und irrigen Begriffe anders zu erfahren, als daß man die vorigen Erklärungen und Beweise mehrmalen durchgehe, und dem Lehrling die Freiheit verstatte, nach seiner Vorstellungsart dieselben auseinander zu sezzen, und die aufgestosenen Zweifel und sonstigen Bemerkungen vorzutragen? Wie oft überrascht einen eine Frage, die man nicht erwartet hätte, die entweder so sehr weit von dem vorgesezten Zwek abweichet, daß man über die sonderbaren Ideenverknüpfungen erstaunen mus; oder schon so tiefe Blikke in das Innere der Wissenschaft verräth, daß man das lebhafteste Vergnügen empfindet.

Die Wiederholung schränkt sich entweder auf die lezterklärte Lektion ein, oder sie begreift einen ganzen Abschnitt der Wissenschaft, oder endlich die ganze Wissenschaft. Jene besondere Repetition einzeler Lehrstükke mus etwas kurz gefaßt werden: sie ist ein gutes Mittel, iedesmal

den Faden nicht wieder anzuknüpfen. Deswegen, und aus andern Gründen halte ich es für besser, wenn sie selten am Ende der Stunde, sondern vielmehr bei dem Anfang der folgenden Lektion vorgenommen wird. Wenn sich die Ideen in einer Stunde zu viel auf einem Kreis herumdrehen müssen; so ist leichter Ermüdung zu besorgen, als wenn man diese Arbeit in mehrere Perioden vertheilt. Ferner hat der Zuhörer indessen Zeit, das Gelernte allein zu überdenken, vollkommener zu fassen, Schwierigkeiten aufzuuchen, um sie dem Lehrer hernach zur Auflösung vorzulegen, u. s. w. — Zu dieser kommt noch die andere, mehr ins Grosse gehende Wiederholung ganzer Capitel und Haupttheile, wozu man von Zeit zu Zeit eine oder etliche Stunden aussezt. Es kommt dabei mehr auf eine ordentliche Verbindung der Ideen, und Ausbebung der vorzüglichsten und nüzlichsten Sätze, als auf nochmalige detaillirte Erklärungen an.

Wir kommen zu den verschiedenen Methoden bei der Repetition. Die sokratische, von der ich oben geredet habe, bleibt die vorzüglichste. Ausser derselben will ich noch zwei andere nahmhaft machen, die aber allezeit mit iener verbunden werden können.

1) Man lasse einen der Lehrlinge den Beweis vollständig hersagen. Er selbst mus die

Figur

Figur dazu zeichnen, den nemlichen Gang des Beweises nehmen, sich eben der Art der Bezeichnung bei den Mittelsäzzen bedienen, welche der Lehrer gebraucht hat. Dieser thut nichts dabei, als daß er ihn auf alle Nebenumstände aufmerksam erhält, und ihm, wo es nöthig ist, aber nicht zu früh, forthilft. Er verstatte ihm immer einige Zeit zur Ueberlegung, und nehme sich des Geschäfts nicht ehe an, bis er etwa auf fehlerhafte Schlüsse verfällt, oder nicht weiter fortzuschliesen weis. Er überlasse ihm ganz die Stelle eines Lehrers bei seinen Mitschülern, und wenn er gezeigt hat, daß er dazu Tüchtigkeit besizt, so lasse er ihn zuweilen den vorgetragenen Beweis noch einmal fragweise mit einigen Zuhörern durchgehen. Durch diese Methode übt sich der Lernende selbst in einem deutlichen Vortrag seiner Kenntnisse, welches schon an und für sich für sein ganzes künftiges Leben vortheilhaft seyn kann. Wenn man bedenkt, wie unentbehrlich diese Geschiklichkeit einem ieden Menschen ist, vorzüglich in gebildeteren Ständen, wo man täglich in Gesellschaften und bei andern Geschäften seine Meinung über allerlei Gegenstände sagen mus, und wie viel mehr Eindruk derienige macht, der sie deutlich und gründlich sagt: so kann man die Gelegenheit dazu beim Unterricht nicht früh genug aufsuchen, nicht sorgfältig ge-

nug benuzzen. Ein unläugbarer Vorzug unserer Zeiten ist es, daß Männer von tiefer Einsicht in das Erziehungsgeschäft mehr Aufmerksamkeit auf diesen wichtigen Theil des Unterrichts erregt haben — Auch das ist schon kein geringer Vortheil, den der Lehrling aus dem mündlichen Vortrag seiner Gedanken ziehet, daß er lernt, wie viel zur Deutlichkeit gehört, daß er desto ehe die irrige Meinung aufgiebt, welche sich bei manchem eingebildeten Jüngling, (sogar noch auf Akademien) findet, als ob wenig Geschiklichkeit dazu erfordert würde, ein Lehrer zu werden, und daß er von den seinigen meist nur Sachen hörte, die er eben so gut und noch besser sagen könnte. — Endlich prägt sich auch ieder Saz seiner Seele desto unvergeßlicher ein, eben dadurch, weil er ihn deutlicher zu denken sich bemühen mus. Alle unsere Kenntnis ist an Worte geknüpft: so lange wir diese nur unvollständig denken, fehlt ihr noch immer dieienige lebendige und anschauliche Deutlichkeit, welche sie durch schriftliche oder mündliche Einkleidung in Worte erhält.

Alle diese Gründe geben dieser Wiederholungsart einen grossen Vorzug vor manchen andern Gewis ist sie weit besser, als wenn der Lehrer selbst seine vorige Lektion noch einmal kurz vorträgt. Bequemer ist dieses freilich, aber für den iugendlichen Geist oft viel zu langweilig.

Was

Was hier von der Wiederholung der Beweise gesagt worden, gilt eben so gut bei allen andern mathematischen Sätzen.

2) Noch auf eine andere Art kann man die Kräfte des Jünglings in Wiederholung und veränderter Darstellung seiner mathematischen Kenntnisse üben, wenn man ihm schriftliche Aufgaben über die gehabte Lektion giebt, um sie zu Haus aufzulösen, und sie in der folgenden Stunde mitzubringen. Diese Aufgaben müssen freilich unter die Zöglinge mit Rüksicht auf ihre Progressen vertheilt werden, damit keiner eine Beschäftigung bekommt, die seine Kräfte übersteigt: denn sonst würden sie ehe schädlich als nüzlich seyn. Dabei verstehet es sich von selbst, daß man solche Aufgaben wählt, die nicht im Lehrbuche stehen, aber doch aus den vorigen Säzzen ohne viele Mühe begreiflich sind. Den Reiz, welchen diese Beschäftigung für jeden Lehrbegierigen hat, kann man sehr vermehren, wenn man Beispiele aus dem Erfahrungskreis seiner Schüler, aus der Geschichte, Reisebeschreibungen und dergleichen Büchern zusammensucht. Arithmetische Aufgaben findet man in Menge in manchen gedrukten Anweisungen: auch von geometrischen hat man eigene Sammlungen, wo aber nicht immer auf das Interesse

gesehen

gesehen worden ist. Bei der Lektüre dieser und ähnlicher Schriften kann man gelegenheitlich viele dazu brauchbare Aufgaben auswählen. Man wird auch bei den Lehren von der Messung der Weiten und Höhen, Grundlegung der Felder, Ausmessung von Flächen und Körpern u. s. w. durch dieses Mittel noch manches nüzliche Problem vortragen können, welches wegen eingeschränkter Zeit in den Lehrstunden nicht besonders ausgeführt werden konnte: bei Geübtern mus man schon manches dem eigenen Erfindungsgeist überlassen können.

Die Auflösungen durchgeht der Lehrer hernach sorgfältig, und läst das Verfahren des Lehrlings sich vollständig zeigen. Dies giebt ihm Gelegenheit manche Verkürzung, Verbesserung und sonstige Anmerkungen zu machen. Wenn der Zuhörer einmal Gelegenheit zu praktischen Arbeiten bekömmt: so interessirt ihn hernach manches weit mehr, was er vorher nur flüchtig angehört hat. — Hier will ich zur Probe nur noch einige Beispiele von geometrischen Aufgaben hersezen, die alle aus den Kapiteln von der Ausmessung der Flächen und Körper genommen sind. Die Buchstaben kann man willkührlich mit Zahlen vertauschen.

In einem Zimmer, welches a Schuh lang, b breit, c hoch ist, dessen Thüre e breit, f hoch ist, dessen zwei Fenster iedes g breit, h hoch ist, kostet ieder Quadratschuh Tapeten m Groschen. Wie viele Gulden die ganze Tapezierung?

In einer regulären sechsekkichten Schanze, deren Seite a′ lang ist, kann auf iede m Quadratschuhe ein Mann gerechnet werden. Wie viel Soldaten haben darinn Plaz?

Ein zirkelrunder Plaz soll mit Bäumen besezt werden. Jeder Baum nimmt 1 Quadratschuhe ein. Der Umfang des Plazes ist p. Wie viele Bäume können darauf stehen?

Der Josephsbrunnen zu Cairo ist 276′ tief, und seine Peripherie 42′. Wie viel Cubikschuhe Wasser stehen darinn?

Ein Baum hält im Umfang m′ seine Höhe ist r′. Welches ist ohngefähr sein cubischer Inhalt?

Eine der Pyramiden in Egypten ist auf allen Seiten 693′ breit. Ihre Höhe beträgt 500′. Welches ist ihr Inhalt?

Die Erde hat 5400 Meilen im Umfang. Daraus ihre Oberfläche und körperlichen Inhalt zu bestimmen.

Inhalt einer Mauer, deren Länge, Breite und Dikke gegeben ist. — Daraus der Inhalt aller

aller Mauren eines ganzen Hauses, und ohngefährer Ueberschlag, was es gekostet hat, dieselbe zu bauen.

Inhalt eines Stumpfs von einem Baum, der einen abgekürzten Kegel vorstellet, der unten a und oben b zum Durchmesser hat, und c hoch ist.

Wie viel Pulver faßt ein sechsekkigter Thurm, dessen Grundfläche und Höhe, nebst der Anzahl Pfund gegeben sind, die auf einen Cubikschuh gehen?

Wie viel Wasser enthält ein Canal, dessen Länge m, Breite n, Tiefe q — wie viel Pfund, wenn ieder Cubikschuh p Pf. wiegt?

Ein Cub. Schuh Holz wiegt a, was wiegt ein Balken von gegebener Länge Breite und Dikke?

Wie viel Saamen geht auf ein (willkührlich gezeichnetes) Feld, wenn auf die Quadratruthe a Pf. gehen? Was kostet die ganze Aussaat, wenn das Malter m Pf. wiegt, und x an fl. alb. pf. kostet?

Zur Probe mögen diese Beispiele hinlänglich seyn.

Achter

Achter Abschnitt.

Von den Uebungen in der praktischen Geometrie.

Die Geometrie ist zwar in sehr vielen Fällen von praktischem Gebrauch: dennoch schränkt man sich im Anfang hauptsächlich auf die Feldmeßkunst ein, wenn man dem Lehrling ihre Anwendung zeigen will. Diese Methode ist auch die schiklichste, weil die Meßkunst auf dem Felde zu sehr vielen leichten Aufgaben Gelegenheit giebt, die man zuvor zu behandeln wissen mus, wenn man schwerere Anwendungen in den mechanischen und astronomischen Wissenschaften, in der Bevestigungskunst, Markscheidekunst u. s. w. machen will. In Schulen kann sich die Anleitung zur Praxis nicht wohl weiter, als auf die vornehmsten, und mit den wenigsten Schwierigkeiten verbundenen Aufgaben aus der Meßkunst auf dem Felde erstrekken. Wer dadurch einige Fertigkeiten erlangt hat: kann in der Folge aus Büchern, wie z. E. Herrn Geheimenrath Böhms Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, Mayers praktischer Geometrie, und aus weitern mündlichen Unterweisungen in kurzer

kurzer Zeit so viel lernen, als er zu seinem Gebrauch nöthig hat.

Ganz darf diese Uebung in Schulen nicht ausgesezt bleiben, weil man ohnmöglich den Gebrauch der vorzüglichsten Instrumente in der Stube deutlich zeigen kann; (wenn man auch schon kleinere Operationen ziemlich deutlich im Hause vornehmen könnte), weil eine weit ausgebreitete Gegend zu manchen Messungen um der Deutlichkeit willen sehr nöthig ist; endlich weil sonst eins der besten Aufmunterungsmittel bei Erlernung der Mathematik, und der Antrieb zu künftigem Fleise wegfallen würde, wenn man dieses, wirklich angenehme Geschäft von dem geometrischen / Schulunterricht trennen wollte. Wenn es nicht zu oft, mit nöthiger Rüksicht auf gutes Wetter und in angenehmen Gegenden vorgenommen wird: so wird es gewis immer neue Reize für den Lernenden haben. — Man will also in Schulen noch weiter keine Absichten durch die praktische Geometrie zu erreichen suchen, als Uebung des Verstandes, mit angenehmer Unterhaltung verknüpft. Sehr wenige Zuhörer werden wirkliche Landmesser: aber auch die übrigen brauchen oft einige Kenntnisse davon, wie ieder Mann in Geschäften täglich wahrnehmen kann.

Vor der Beendigung des ersten Cursus wird es nicht rathsam seyn, geometrische Messungen

mit

mit den Schülern vorzunehmen. Die Gründe der Geometrie müssen schon völlig gefaßt worden seyn, wenn man zu diesen Uebungen schreitet, weil man sonst nur blose mechanische Feldmesser ziehen würde, die keinen ordentlichen Grund ihres Verfahrens anzugeben wissen. Sie würden sich auch nachher öfters nicht viel um den Grund bekümmern, wenn sie schon einige Zeit die Sache praktisch ausgeübt hätten. Die trokkene theoretische Untersuchungen würden hernach oft nicht anziehend genug seyn, um daß Mangelhafte in den Grundkenntnissen noch auszubessern. Dadurch würden sie also in mancherlei Fehler bei ihren Messungen fallen, welche sie einzusehen oder zu bessern uicht im Stande sind, weil ihnen der Grund ihres Verfahrens unbekannt ist. Wo anders als hierinn findet man die Ursache der häufigen Klagen über Unrichtigkeiten bei den gemeinsten Messungen? Es wäre doch billig, daß Männer, die dieses nicht schwere Geschäft einen grossen Theil ihres Lebens treiben, und oft mit beträchtlichen öffentlichen Unkosten erhalten werden, die Theorie gründlich zu erlernen suchten, ehe sie sich mit der Praxis abgeben.

Noch einige Worte von der Ordnung, in welcher man die Uebungen im Feldmessen anstel-

len könnte. Im Anfang nimt man einige leichte Aufgaben von Abstekkung und Ausmessung grader Linien und Winkel vor, die ohne Schwierigkeiten verstanden werden. Weil diese Messungen wenig Zeit und Mühe erfordern: so hat man dabei desto bessere Gelegenheit, mancherlei kleine Vortheile bei dem Gebrauch der Instrumente zu zeigen, die gewis Niemand für Kleinigkeiten halten wird, welcher weis, wie oft man sich durch vortheilhaften Gebrauch derselben alles bequemer und leichter machen kann, und wie manche Unrichtigkeit dadurch verhütet wird. Ich führe zum Beispiel an: Die Stellung der Meßinstrumente, den Gebrauch der Absehen, die bequeme Anlegung der Meßkette und Ruthe, Vorsichtsregeln gegen Vernachlässigung und Verderbung der Instrumente u. d. g. Alles dieses läst sich bei einer kleinen Messung eben so gut sagen, wie bei einer grossen, und mus schon im Anfang gesagt werden, um den Lehrling früh zu der bei dieser Arbeit so nöthigen Pünktlichkeit zu gewöhnen. Es bleiben immer noch kleine Unrichtigkeiten übrig, die bei der genauesten Sorgfalt unvermeidlich sind: um desto schädlicher ist vorsäzliche Nachlässigkeit.

Hierauf gehet man zu Figuren fort, welche anfangs nicht zu gros, und an einem bequemen

Ort

Ort gelegen seyn müssen. Man läßt die Lehrlinge selbst die Resultate der Messung aufschreiben, zeigt ihnen die bequemste Methode hiezu, und giebt ihnen darauf zu Haus Anweisung, wie sie diese Figuren auf das Papier tragen sollen. Man hat dabei Gelegenheit genug, manche Vortheile bei dem Nachzeichnen an die Hand zu geben, die Lehrsäzze von der Ausmessung des Inhalts, von der Verwandlung einer Figur in die andere, Theilung derselben u. s. w. zu wiederholen. Wenn man iedesmal nur eine oder etliche Operationen vornimmt: so behält man immer noch so viele Musse, die Gründe iedes Verfahrens von neuem einzuschärfen, und auch hier mehr für den Verstand als das Gedächtnis zu sorgen.

Nun werden auch Uebungen in der Messung der Weiten und Höhen angestellt, welche nach diesen Vorbereitungen nicht schwer zu begreifen sind. Wenn diese Aufgaben mit verschiedenen Instrumenten und sonstigen mannigfaltigen Veränderungen aufgelöst worden sind: so beschliest man diese Arbeit für die Lehrlinge des ersten Cursus, weil sie dann [illegible] genug vorbereitet sind, nach einiger Zeit ganze Landschaften aufzunehmen.

Nach dem zweiten Cursus werden diese einfachen Messungen noch einmal kurz wiederholt, und hierauf zeigt man die Grundlegung einer Gegend, verfertigt ordentliche Risse, und redet von der äussern Form, von der Verkleinerung und Vergrösserung eines Risses. Man verbindet mit der geometrischen die trigonometrische Auflösung, und zeigt sowohl den Unterschied derselben, als auch die Vorzüge der leztern. Ein aufmerksamer Lehrer wird bei diesen Gegenständen noch manches zu bemerken finden, wozu ihm theils die Fragen der Lehrlinge, theils die vorfallenden Hindernisse Gelegenheit geben.

Endlich folgen die hauptsächlichsten Anwendungen der Stereometrie. Man wählt dazu solche Dinge, die täglich vor Augen sind, z. B. Gebäude, Brunnen, Teiche, Fässer u. d. g. — und bemühet sich durch nüzliche Anmerkungen aus der angewandten Mathematik zum Voraus auf die darinn enthaltenen Wissenschaften aufmerksam zu machen.

Neunter Abschnitt.

Noch einige Mittel zur Erhaltung der Aufmerksamkeit.

In den vorigen Abschnitten sind schon manche Mittel berührt worden, wie man die Aufmerksamkeit erhalten soll: hier will ich noch einige der wichtigsten etwas weitläuftiger betrachten, besonders in Beziehung auf mathematischen Unterricht.

1) Der Lehrer vermeide, so viel als möglich, die Einförmigkeit, sowohl in Sachen, als in der Einkleidung. Wenn in einem Lehrbuch die theoretischen und praktischen Kenntnisse zu sehr getrennt sind, wenn besonders die ersten Abschnitte zu wenig Abwechselung enthalten, und viele Seiten lang lauter Grund- und Lehrsäzze vorgetragen werden, wenn die Aufgaben in den lezten Abschnitten eben so sehr gehäuft werden: so ist dieses zwar für den Geübtern in so fern angenehm, daß er die Theorie der Wissenschaft kurz übersehen kann; aber bei dem Unterricht in Schulen ist diese Ordnung zwekwidrig. Nichts ist für den Geist ermüdender, besonders in der Jugend, als zu grosse Einförmigkeit. Da nun theoretischer Unterricht für Anfänger ohnehin etwas trokken ist: so wird er an einem halben

Buch voll Theoremen um so viel weniger Geschmak finden. Er wird Manches für unnüz halten, weil er noch nicht sieht, wozu es zu gebrauchen ist: und wenn er auch durch die Versicherung seines Lehrers vom Gegentheil überzeugt wird, so wird er doch wünschen, bald die Anwendung von dem Gelernten zu erfahren.

Sollte der Docent an ein solches Schulbuch gebunden seyn: so kann er den angeführten Unbequemlichkeiten mit leichter Mühe abhelfen, wenn er die Materien in einer veränderten Ordnung vorträgt, und die Anwendungen so mit den spekulativen Betrachtungen verwebt, daß sie vereinigt mit grösserem Vergnügen erlernt werden. Es ist dabei die nöthige Vorsicht zu bemerken, daß er immer nur so viel von Anwendung zeigt, als aus den vorausgeschikten Säzzen völlig verständlich ist, und bewiesen werden kann: denn Gründlichkeit mus immer sein vorzüglichstes Augenmerk seyn. Selten ist es ihm erlaubt, um mehrerer angenehmen Unterhaltung willen dieselbe aus den Augen zu sezzen. Die Erfahrung lehret auch, daß sich beide sehr wohl mit einander verbinden lassen.

Aus einer andern Absicht wird es nüzlich seyn, dabei zuweilen eine Ausnahme zu machen,

 und

und eine Aufgabe ehe vorzutragen, als die Principien vollkommen gelehrt worden sind. Ein Beispiel davon findet man in Herrn Hofrath Kästners Anfangsgründen der Arithmetik, vierte Auflage, Seite 252. Die eigenen Worte dieses grossen Mannes werden am besten zeigen, warum dieser vorsäzliche Fehler gegen die Methode zuweilen nüzlich ist. „Die Ungedult, mit welcher Anfänger insgemein eine „Anwendung der theoretischen Lehren auf diese „sogenannte Ausübung verlangen, läst sich hie „auf eine solche Art stillen, daß sie empfinden, „es sey noch mehr Theorie nöthig, wenn die „Ausübung ihre gehörige Richtigkeit haben soll, „und also dadurch vielleicht auf Säzze aufmerksam werden, die sie sonst als leere Betrachtungen würden verabsäumet haben." u. s. w.

In der Form des Unterrichts mus ebenfalls beständig auf Abwechselung Rüksicht genommen werden. Wie sehr schwächt mancher Lehrer die Aufmerksamkeit oft durch Nachlässigkeiten im Vortrag; durch üble Angewöhnung gewisser Anfangs- und Schluß-Formeln; dadurch daß er ieden Beweis ohngefähr mit einerlei Verbindungs-Wörtern durchführt; jede Aufgabe nach einerlei Leisten auflöset; in ieder folgenden Stunde die nemliche Art der

Wiederholung gebraucht. Wie viele Mittel findet der aufmerksame Lehrer, seinen Vortrag immer zu verändern! Bald wird er sich blos an das Compendium halten, blos die Figur und sonstige Beispiele, die darinn angegeben sind, benuzzen; bald wird er mehr hinzu thun, einzele Theile weiter ausführen, und mit mancherlei Anmerkungen erläutern; bald leichtere Sachen übergehen, oder nur kurz darauf aufmerksam machen. Jezt führt er einen Beweis, (besonders wenn er verwikkelter ist) in aller Strenge; ein andermal, wo es weniger nöthig ist, gehet er leichter drüber hin, giebt etwa nur die Citata an, wo der Lehrling das weitere selbst nachlesen kann, und wovon er in der folgenden Stunde den Inhalt sagen mus. Diesmal erklärt er einen Saz, ein Kunstwort, ohne Weitläuftigkeit, bringt nur durch sinnliche Vorstellung die ehmalige Erklärung wieder in Erinnerung; ein andermal hält er sich länger dabei auf, besonders bei Gelegenheiten, wo er Aehnlichkeit und Verschiedenheit anmerken kann; oder er läst einen der Fähigern an seiner Statt die Erklärung wiederholen. Z. B. den Winkel erklärt er bald nach einer vorgezeichneten Figur, bald bei Vorzeigung eines Winkelmessers, bald nur mit Worten. Sein Vortrag ist bald mehr, bald weniger mit Fragen untermischt: seine Beispiele

nimt

nimt er einmal aus dieser, ein andermal aus iener mathematischen Wissenschaft, macht Digressionen, und zeigt auf mancherlei verschiedene Art die Anwendung der Elementarbegriffe; oder er nimt aus dem gemeinen Leben Gleichnisse, wodurch er die abstrakten Säzze erläutert. Z. B. die Grundsäzze von der Gleichheit zweier Grössen, welche einer dritten gleichen — die immer gleich bleiben, wenn sie um gleiche Summen oder Differenzen vermehrt oder vermindert werden, lehrt er entweder blos mit Worten, oder durch Beispiele mit einigen Haufen Geld, oder durch vorgezeichnete Linien, u. s. w.

Es würde überflüssig seyn, wenn ich mehrere Beispiele anführen wollte, da sich die Verschiedenheit des Vortrags gar oft nach Gelegenheit und Umständen richten mus. Darin bestehet eine vorzügliche Kunst, diese Umstände zu bemerken und gehörig zu benuzzen, und wenn man siehet, daß auf Seiten der Zuhörer die Aufmerksamkeit nachläst, dieselbe durch neue interessante Wendungen wieder zu beleben.

2) *Man bemühe sich den Vortrag der Mathematik lebhaft und sinnlich zu machen.* Diese Forderung kann der Lehrer nur alsdann vollkommen erfüllen, wenn er selbst sehr stark für die Wissenschaft eingenommen ist, sie zu einer seiner

Lieblingsbeschäftigungen macht, und mit Vergnügen Unterricht darinn ertheilt. Wer eine Beschäftigung nur deswegen unternimmt, weil er dazu verbunden ist, ohne vielen Reiz an derselbigen zu finden, der kann ohnmöglich den Nuzzen dadurch stiften, welchen er bei mehrerer Neigung dafür gewis bewirkt haben würde. Ohnerachtet also diese Anmerkung nicht allein bei der Mathematik ihre Anwendung findet: so habe ich sie doch deswegen nicht übergehen wollen, weil sie die Grundlage einer guten Methode enthält; weil sie die reiflichste Beherzigung eines Jeden verdient, der sich dem Geschäft des Unterrichts widmen will, und wenn er es übernommen hat, ihm nie aus dem Sinn kommen mus. O bedächten doch Manche ernstlicher, wie viel dazu gehört, der Pflicht eines Lehrers der Jugend ein Genüge zu leisten, wie viel Eifer und Thätigkeit und Anhänglichkeit an seine Berufsgeschäfte, was für ein unablässiges Streben nach weiteren Kenntnissen, was für unermüdetes Nachdenken über die beste Einrichtung der Methode dazu gehört! Möchte sich doch Jeder, welcher ein Unterwei-

rerweiser der Jugend werden will, genauer prüfen, ob er Kenntnisse genug hat, dieses Amt mit Nuzzen verwalten zu können, ob er Neigung genug zu diesen Geschäften hat, um in ihnen hinlänglichen Ersaz für manche Unannehmlichkeiten zu finden, die damit verbunden sind; ob er die Gedult besizt, seine Lehren den Begriffen der Jugend anzupassen! Möchte Jeder sich diese nöthigen Eigenschaften dann noch mehr zu erwerben suchen, wenn er diese Laufbahn schon betretten hat, — dann noch sich alle Mühe geben, die Gegenstände seines Unterrichts mit dem möglichsten Grade von eigenem Interesse zu behandeln! Gewis der einzige Weg, wie er nicht nur selbst mit leichter Mühe sich immer weiter in die Wissenschaft hineinstudirt, sondern auch seinen Zuhörern Interesse dafür einflößt. Die Lebhaftigkeit, die sich in seinen Mienen und Geberden zeigt, die Wärme, mit der er spricht, das Bemühen, iede Sache deutlich und anschaulich zu machen, und auf der angenehmsten Seite vorzustellen, das sich in Allem ausdrükt, wird dem Zuhörer Vertrauen und Liebe einflößen, und ihn unwider-

unwiderstehlich zu den Wissenschaften hinziehen, wenn sein Herz und Genie nicht ganz von der Natur verwahrloset sind.

Unstreitig ist diese Stimmung des Lehrers das Wichtigste bei dem ganzen Unterricht, ohne welche alle Regeln einer guten Methode vergeblich sind. Nur dann können diese Regeln sein Nachdenken fruchtbarer machen, wenn er Eifer für seine Wissenschaft und für das Wohl seiner Zöglinge besizt. Die Winke, die ihm gegeben werden, wird er leicht verstehen, und bei der Ausübung manche neue Mittel entdekken, um seinen Zwek vollkommen zu erreichen.

II. Die

II.

Die Lehre

von der

Moralischen Freiheit

nach Kantischen Principien.

Nebst einem Anhange

über

Herrn Professor Ulrichs Eleutheriologie.

Vorerinnerung.

Vielleicht ist es nicht ganz unnöthig, daß ich etwas von der Absicht sage, die ich bei Verfertigung dieses Auszugs aus Herrn Prof. Kants System über die moralische Freiheit hatte, wobei ich meistentheils die eigenen Worte dieses Weltweisen aus seiner Critik der reinen Vernunft beibehalten habe. Ich habe durch diese Arbeit erstlich denen, welche sich mit dem Inhalt dieses tiefgedachten und treflichen Werks schon hinlänglich bekannt gemacht haben, auf wenigen Bogen eine bequemere Ueber-

sicht der in manchen Stellen desselben zerstreuten Sázze geben wollen, wodurch sie vielleicht einige Erleichterung bei weiterem Nachdenken über die wichtige Lehre von der Freiheit erhalten werden. Das ganze Verdienst, welches ich also in dem Falle, daß meine Bemühung von einsichtsvollen Richtern nicht für mißlungen erklärt werden sollte, hierdurch erlangt hätte, würde blos darin bestehen, daß ich alles, was zu meinem Gegenstande gehört, aus der Critik zusammengesucht, manche weitläuftige Räsonnements kürzer zusammengezogen, und an einigen Orten den Gang des Systems wo möglich noch anschaulicher zu machen versucht habe.

Meine zweite Absicht ist auf solche Leser gerichtet, die entweder noch keine Gelegenheit oder keinen Lusten gehabt haben, die

die Schriften Kants zu studiren. Vielleicht findet diese Abhandlung einige Leser, welche durch die wichtigen Resultate dieser Philosophie angetrieben werden, das grössere Werk selbst zu studiren, um die Beweiße der hier aufgestellten Säzze in völligem Zusammenhange einzusehen. Weil ich nur einen Auszug liefern wollte; so konnte ich diese Beweise nicht überall in gehöriger Weitläuftigkeit darstellen, da sie ieder, dem es ernstlich um Wahrheit zu thun ist, gewiß in den Quellen aufsuchen wird.

So manche Zeugnisse von Männern, die sich einige Zeit mit ernstlichem Nachdenken über die critische Untersuchungen des Herrn Prof. Kants beschäftiget haben, bestättigen das, was mich eigene Erfahrung gelehrt hat, daß sie völlige Be-

ruhigung und Ueberzeugung in Ansehung der Hauptwahrheiten der Religion darin gefunden haben. Wer sollte also nicht wünschen, daß eifriges Studiren, und sorgfältige Prüfung der Kantischen Schriften allgemeiner werde? Wenn ich durch diesen Abriß einer der wichtigsten Untersuchungen dieses Weltweisen nur etwas dazu beitragen könnte, so würde ich mich glüklich schäzzen.

Einleitung.

Es ist immer unter den Philosophen eine merkwürdige Streitfrage gewesen, ob der menschliche Wille so wie die ganze Natur durch vorhergehende Ursachen zum Handeln bestimmt werde, oder ob er als eine erste Ursache eine Reihe von Wirkungen frei anfangen könne. Dieienige, welche sich hier blos an spekulative Untersuchungen gehalten haben, waren nie im Stande, diesen Widerspruch befriedigend zu heben. Andere sahen die Frage blos in praktischer Rüksicht an, und da war es ganz gleichgültig, was man in der Spekulation für einen Begrif von Freiheit annahm: genug wenn man sich nur von willkührlicher, nicht durch sinnliche Reize genöthigter Thätigkeit des Willens überzeugte.

Die Streitfrage machte also, wo es nur aufs Handeln, und Beurtheilung der Handlungen ankam, niemals Schwierigkeit: sobald man

 sich

sich aber in das Feld der Spekulation wagte, wuste man nicht, auf welche Seite man sich schlagen sollte. Das verleitete sogar manchen, ohnerachtet des Bewustseins sich nach moralischen Gesezzen unabhängig von den Antrieben der Sinnlichkeit bestimmen zu können, die Seele sich dennoch wie eine Maschine vorzustellen, die wie andere Dinge in der Natur nach nothwendigen Gesezzen bestimmt würde. — Andere hielten mit Recht die Gründe der Sittlichkeit für überzeugender, als die der Spekulation, ohnerachtet, sie die Widersprüche der leztern nicht erklären konnten.

Man erlaube mir, hier die Meinung wenigstens eines der scharfsinnigsten Philosophen von der leztern Parthei mit seinen eigenen Worten anzuführen. Herr Garve sagt in seiner Uebersezzung der Moralphilosophie des Ferguson Seite 294 u. f.

„Die eine Empfindung sagt mir: ich handele nach Vorstellungen, und eben darinn besteht meine Tugend, daß ich durch die Vorstellungen des Guten angetrieben werde, es zu bewirken. Die menschliche Natur weis von keiner andern Entstehung der Begierden, uud die Natur der Tugend läst keine andere zu. Denn eine gute, d. h. eine nüzliche Handlung, wenn

sie nicht grade um der Bewegungsgründe dieses Nuzzens willen geschiehet, ist nicht mehr Tugend."

„Eine andere Empfindung sagt mir: ich bin selbst der Urheber meiner Handlungen; und ich bin nur in so fern tugendhaft, als ich Urheber des Guten bin, was ich thue. Ich bin aber nur Urheber, wenn meine Handlung von nichts ausser mir abhängt; also auch von meinen eigenen Vorstellungen nicht, denn diese hängen zulezt selbst von Dingen ausser mir ab."

„Diesen Schwierigkeiten abzuhelfen, hat ein Theil der Philosophen blos die erste Empfindung sammt ihrer Theorie angenommen, und die andere Empfindung gänzlich als eine Illusion verworfen; das sind die eigentlichen Fatalisten."

„Ein anderer Theil, worunter scharfsinnige und rechtschaffene Männer von ieher gewesen sind, haben sich blos an die leztere Empfindung gehalten, und die erste entweder nicht bedacht oder für trüglich gehalten. Dieß sind die, welche die Freiheit der Gleichgültigkeit annehmen."

„Ein dritter Theil hat beide Empfindungen zugegeben, (und wer wollte sie leugnen, der auf sich selbst Acht gegeben hat?) und hat ihre Theorien zu vereinigen gesucht. Aber wie ist dieses möglich? Sollen unsere Handlungen ganz unabhängig seyn, so müssen sie es auch von unsern eigenen Vorstellungen seyn, denn diese sind selbst zulezt abhängig — Sollen unsere Handlungen gut seyn; so müssen sie nach Gründen geschehen; so müssen sie von den Ideen abhängen, die diese Gründe in sich enthalten."

„Lassen Sie uns, fährt Herr Garve fort, keine unserer Empfindungen leugnen, weil wir sie nicht zu erklären wissen; aber vor allen Dingen, lassen Sie uns keinen unserer Mitbrüder verdammen, weil sie unter zwei Empfindungen, die sich in der Theorie nicht vereinigen lassen, einer andern als wir den Vorzug geben. Es gibt einen Punkt der Vereinigung, der gewis und unschäzbar ist. Wir alle glauben das Daseyn der Tugend. Dieser Glaube ist früher als alle Systeme. Er hat sie erst hervorgebracht; um ihn zu rechtfertigen, haben wir sie erfunden; die Heftigkeit des Streits ist aus dem Eifer für diejenige Sache entstanden, in welcher Alle übereinkommen."

Gewiß

Gewiß der einzige und wahre Gesichtspunkt, in welchem man diese berühmte Streitigkeit ansehen muß. Die Grundsätze der Moralität liegen so gewiß und so viel früher, als wir die spekulative Vernunft gebrauchen können, in unserer Seele, daß dieselbe uns allein und sicher von moralischer Willkühr überzeugen können, wenn auch noch so viele Gründe für das fatalistische System vorhanden wären.

Indessen wird der Forschungstrieb mancher Menschen sich nicht immer bei diesen Gründen beruhigen, sondern eine völlige Auflösung der Widersprüche der spekulativen Vernunft wünschen. Wenn er diese auch nicht für sein praktisches Leben nothwendig hält: so reizt doch die Unbegreiflichkeit dieses Streits in einem der interessantesten Gegenstände seine Wißbegierde, die Beweise beider Theile gründlich zu untersuchen, und wo möglich eine Vereinigung zu bewirken.

Vor der Unterscheidung des Herrn Kants, die menschliche Seele sowohl als ein Ding an sich selbst, wie auch als eine Erscheinung in der Sinnenwelt zu betrachten, ist mir keine Bemühung eines Philosophen bekannt, wodurch es so gut gelungen wäre, diesen ganzen Widerstreit der Vernunft zu erklären und aufzuheben.

 Die

Die Sätze seines Systems, welche diese Materie betreffen, und wovon ich hier einen Auszug zu liefern versuche, sollen in folgenden vier Abschnitten vorgestellt werden *).

In dem ersten Abschnitt betrachten wir die Gegenstände der Sinnenwelt als wirkliche Dinge. Da zeigt sich denn

1) daß sich beide Sätze gut beweisen lassen, sowohl daß es ausser der Causalität der Natur auch Causalität durch Freiheit gebe — als auch, daß keine Freiheit, sondern blosse Naturnothwendigkeit statt finde.

2) Daß wenn wir blos auf unser Interesse Rüksicht nehmen, die erstere Meinung vor der andern viele Vorzüge habe; aber daß wir ohne diese Rüksicht nicht wissen, welche von beiden wir annehmen sollen, wenn wir die Gründe derselben nicht tiefer untersuchen.

3) Weil aber doch die ganze Frage eine Idee betrift, die sich unsere Vernunft macht, ohne sie aus der Erfahrung zu schöpfen: so werden wir ferner uns überzeugen, daß eine

*) Diese kurze Uebersicht wird für einige Leser dann erst völlig verständlich seyn, wenn man die Abhandlung selbst gelesen hat.

ne Beantwortung derselben zu finden seyn muß, wenn wir das Vermögen unserer Vernunft genauer untersuchen.

Diese Untersuchung unsers Vernunftvermögens wird im zweiten Abschnitt angestellt.

1) Wir bemerken erstlich, daß die Voraussezzung, als wenn die Sinnenwelt an und für sich bestünde, diese Antinomie verursacht, weil iede von beiden Beantwortungen für unsern Verstand nicht befriedigend ist, und einmal die Reihe der Ursachen für denselben zu gros, das anderemal zu klein wird.

2) Wir müssen also diese Voraussezzung fahren lassen, und die Welt auf zwei verschiedenen Seiten ansehen, als eine sinnliche, die aus blossen Erscheinungen besteht, und den Formen des Raums und der Zeit unterworfen ist, und als eine intelligibele, die gar nicht in Raum und Zeit angeschaut werden kann.

3) Diese Unterscheidung führt uns dahin, daß wir beide Behauptungen als ungültig ansehen müssen, wenn wir die Sinnenwelt als blosse Erscheinung betrachten. Da giebt es keine endliche und keine unendliche Reihe

von Ursachen und Wirkungen, oder: die Idee von Totalität einer rükwärts gehenden Reihe von Ursachen findet gar nicht statt.

Nachdem nun der Unterschied zwischen empirischer und intelligibeler Welt gemacht ist, so fragen wir weiter im dritten Abschnitt, von welchem Gebrauch denn die Idee von Totalität nun für uns sey.

1) Wir bemerken erstlich in Ansehung der Sinnenwelt die Regel, in dem Regressus von Wirkungen zu Ursachen keine Ursache in der Erfahrung für die erste zu halten, sondern so weit zurük zu gehen, als wir wollen.

2) Zweitens: weil die intelligibele Welt gar nicht den Zeitbedingungen unterworfen ist, wie die sinnliche, so können wir ohne Widerspruch intelligibele Ursachen ausser den empirischen annehmen, welche eine Reihe von selbst anfangen, d. i. Freiheit und Naturnothwendigkeit können in verschiedener Rüksicht zusammen bestehen.

3) Dieses wird hierauf noch weiter entwikkelt, und auf menschliche Handlungen angewendet. Indessen ist dadurch nichts aus-

gemacht,

gemacht, als daß sich Causalität der Freiheit und der Natur nicht widersprechen. — Die Wirklichkeit der erstern ist nicht erwiesen, und kann auch durch spekulative Untersuchungen nicht erwiesen werden.

Im vierten Abschnitt betrachten wir die Freiheit in praktischer Rüksicht.

So wenig wir vorher durch blosse Spekulation im Stande waren, Gewisheit zu erlangen; so leicht wird es uns nun, praktische Willkühr, die von sinnlichen Anreizungen unabhängig ist, als gewiß anzunehmen, weil Grundsäzze der Sittlichkeit vor aller Erfahrung in der menschlichen Seele liegen, welche keine Bedeutung haben würden, wenn wir uns nicht unabhängig von Naturursachen, selbst zu Handlungen bestimmen könnten.

Zulezt werden die Vortheile einer critischen Untersuchung über unsre Vernunft noch einmal kurz dargestellt.

Erster

Erster Abschnitt.

I.

Von dem Widerstreit der Vernunft mit sich selbst, in Ansehung der Freiheit und Naturnothwendigkeit.

Wenn wir durch spekulative Vernunft ausmachen wollen, ob alles blos nach Gesezzen der Natur in der Welt geschehe, oder ob es auch Causalität durch Freiheit gebe: so finden wir, daß sich beide Meinungen sehr gut beweisen lassen. Diesen Widerstreit wollen wir also erstlich vortragen.

I. Beweis des Sazzes: daß Causalität nach Gesezzen der Natur nicht die einzige sey, aus welcher die Erscheinungen in der Welt abgeleitet werden können; sondern daß man noch eine Causalität durch Freiheit annehmen müsse.

Man nehme an, es gebe keine andere Causalität, als nach Gesezzen der Natur: so sezt alles, was geschiehet, einen vorigen Zustand voraus. Auch dieser muß wieder einen vorigen Zustand voraussezzen, weil, wenn er stets ge-

wesen wäre, seine Folge auch nicht allererst entstanden, sondern immer gewesen wäre. So sezt immer ein Zustand einen ältern voraus, und es giebt immer nur einen subalternen, aber nie einen ersten Anfang, und also überhaupt keine Vollständigkeit der Reihe auf der Seite der von einander abstammenden Ursachen. Darinn besteht aber das Gesez der Natur, daß ohne hinreichende Ursache nichts geschehe. Wenn man aber bei blosser Causalität nach Naturgesezzen stehen bleibt: so ist die Ursache nie hinreichend, sondern immer wieder in einer ältern gegründet, und dieser Saz widerspricht sich selbst in seiner unbeschränkten Allgemeinheit, indem er auf den Saz des zureichenden Grundes gebauet ist. Oder mit andern Worten: da alles seinen zureichenden Grund haben muß, und bei blosser Causalität nach Naturgesezzen nie ein völlig zureichender Grund zu finden ist, so muß es auch Causalität durch Freiheit geben.

Diese Freiheit (absolute Spontaneität) kann also eine Reihe von Ursachen, die nach Naturgesezzen fortlauft, von selbst anfangen: man hat nicht nöthig, noch weiter nach einer andern vorhergehenden Ursache zu fragen.

Anmerkungen. 1. Diese Idee der Freiheit macht bei weitem nicht den ganzen Inhalt des

philo-

philosophischen Begrifs dieses Nahmens aus, welcher gröstentheils empirisch ist: daher können wir sie die transcendentale Idee der Freiheit nennen. Sie ist aber eigentlich der Stein des Anstoßes für die Philosophie, welche unüberwindliche Schwierigkeiten findet, eine solche unbedingte Causalität einzuräumen. Wie nun dieses Vermögen im Stande sey, eine Reihe von Zuständen von selbst anzufangen, ist nicht nöthig zu beantwotten: denn bei der Causalität nach Naturgesezzen können wir eben so wenig die Möglichkeit, wie durch das Daseyn eines Dinges das Daseyn eines andern gesezt werde, begreifen. Wir müssen uns desfalls blos an die Erfahrung halten.

2. Wir haben in dem obigen Beweis die Nothwendigkeit eines ersten Anfangs einer Reihe durch Freiheit dargethan. Daraus folgt erstlich nur so viel, daß wir wenigstens eine oberste Ursache der Welt annehmen müssen, wenn auch alle nachfolgende Zustände blos nach Naturgesezzen auf einander folgen sollten. Wir können aber sogleich einen Schritt weiter gehen, und sagen: weil nun doch einmal das Vermögen, eine Reihe in der Zeit ganz von selbst anzufangen, bewiesen worden ist: so ist es auch erlaubt, mitten im Laufe der Welt verschiedene Reihen,

der

der Causalität nach, von selbst anfangen zu lassen, und den Substanzen derselben ein Vermögen beizulegen, aus Freiheit zu handeln. Es giebt also nicht nur eine erste Freiheit, woraus wir den Ursprung der Welt erklären, sondern es kann nun noch viele Wesen in der Welt geben, die aus Freiheit handeln können.

Der andere Saz ist dem vorigen gerade entgegengesezt, låst sich aber eben so gut beweisen.

II. Beweis des Sazzes, daß es keine Freiheit giebt, sondern alles in der Welt lediglich nach Gesezzen der Natur geschiehet.

Man nehme an, es gebe Freiheit, das ist, ein Vermögen, eine Reihe von Folgen, schlechthin anzufangen; so wird die Spontaneität zur Hervorbringung der Reihe nichts weiter voraussezzen, wodurch diese Reihe nach beständigen Gesezzen bestimmt sey. Es sezt aber doch jeder Anfang zu handeln einen Zustand der noch nicht handelnden Ursache voraus, da müste also bei einem frei handelnden Wesen kein Zusammenhang zwischen seinen Zuständen statt finden. Dieß ist nun grade dem Gesez des zureichenden Grundes entgegen, und also ist Freiheit ein leeres Gedankending, und wird in keiner Erfahrung angetroffen.

Wir haben also nichts als Natur, in welcher wir den Zusammenhang und Ordnung der Weltbegebenheiten suchen müssen. Natur und transscendentale Freiheit unterscheiden sich, wie Gesezmäsigkeit und Gesezlosigkeit.

II.

Vorläufige Betrachtungen über diesen Widerstreit.

Ehe wir weiter über die Ursache dieses Streits, und die Mittel, ihn zu schlichten, nachdenken, wollen wir vorher sehen, auf welche Seite wir uns wohl am liebsten schlagen möchten, wenn wir genöthiget würden, Parthei zu nehmen. Ohnerachtet diese Untersuchung nichts in Ansehung des Rechts beider streitigen Theile ausmacht, sondern blos unser Interesse angehet: so wird sie doch den Nuzzen haben, es begreiflich zu machen, warum die Theilnehmer an diesem Streit sich lieber zu der einen als der andern Parthei geschlagen haben.

Es finden sich nun auf der Seite des Systems der Freiheit folgende Vorzüge.

1. Ein gewisses praktisches Interesse, woran ieder Wohlgesinnter, wenn er sich auf seinen

wah-

wahren Vortheil verstehet, herzlich Theil nimmt. Denn daß mein denkendes Selbst in seinen willkührlichen Handlungen frei, und über den Naturzwang erhoben sey, ist eine starke Grundstüzze der Moral und Religion, welche uns die gegenseitige Behauptung zu rauben scheint.

2. Ein spekulatives Interesse der Vernunft: Wenn man die Idee der Freiheit annimmt, und seine spekulative Untersuchungen ihr gemäs einrichtet: so kann man völlig a priori die ganze Kette der Bedingungen fassen, und die Ableitung des bedingten begreifen, indem man von dem Unbedingten anfängt, welches die Antithesis nicht leistet, die dadurch sich sehr übel empfiehlt, daß sie keine Antwort geben kann, die nicht ohne Ende immer weiter zu fragen übrig liese.

3. Auch hat dieses System den Vorzug der Popularität. Der gemeine Verstand findet in der Idee von einem unbedingten Anfang durch Freiheit nicht die geringste Schwierigkeit, da er ohnedem mehr gewohnt ist, zu den Folgen abwärts zu gehen, als zu den Gründen hinauf zu steigen. Er hat in dem Begrif des absolut Ersten (über dessen Möglichkeit er nicht grübelt) einen festen Punkt, um die Leitschnur seiner Schritte daran zu knüpfen: da er hingegen an

rastlosen Aufsteigen vom bedingten zur Bedingung, ederzeit mit eiuem Fuse in der Luft, gar keinen Gefallen finden kann.

Auf der Seite der Antithesis finden sich

1. Kein solches praktisches Interesse, als Moral und Religion bei sich führen. Wenn unser Wille nicht frei ist, so verliehren auch die moralischen Ideen und Grundsäzze alle Gültigkeit.

2. Ein gewisses spekulatives Interesse findet sich aber allerdings auf der Seite des empirischen Philosophen, oder Vertheidigers der Allvermögenheit der Natur. Nach seinem Grundsaz ist der Verstand iederzeit auf seinem eigenthümlichen Boden, nemlich dem Felde von lauter möglichen Erfahrungen, deren Gesezzen er nachspüren, und vermittelst welcher er seine sichere und faßliche Erkenntniß ohne Ende erweitern kann. Er wird es also nicht erlauben, daß man selbst in der Natur noch ein Vermögen einräume, unabhängig von Gesezzen der Natur zu wirken, nemlich Freiheit, und dadurch dem Verstande sein Geschäfte schmälere, an dem Leitfaden nothwendiger Regeln dem Entstehen der Erscheinungen nachzuspüren.

1. Der

3. Der Empirismus ist auch aller Popularität zuwider. Der gemeine Verstand wird dadurch selten irre gemacht, daß er zu Begriffen hinauf steigen muß, welche die Einsicht und das Vermögen der denkeudsten Köpfe weit übersteigen. Dieß ist ihm gerade recht: denn er befindet sich alsdann in einem Zustande, in welchem sich auch der Gelehrteste nichts über ihn herausnehmen kann. Wenn er wenig oder nichts davon versteht; so kann sich doch auch Niemand rühmen, viel mehr davon zu verstehen Gemächlichkeit und Eitelkeit sind also schon starke Empfehlungen dieser Grundsäzze. Ueberdem, ob es gleich einem Philosophen sehr schwer wird, etwas als Grundsaz anzunehmen, ohne deshalb sich selbst Rechenschaft geben zu können, oder gar Begriffe, deren objektive Realität nicht eingesehen werden kann, einzuführen: so ist doch dem gemeinen Verstande nichts gewöhnlicher. Er will etwas haben, womit er zuversichtlich anfangen könne. Die Schwierigkeit, eine solche Voraussezzung selbst zu begreifen, beunruhiget ihn nicht, weil sie ihm, (der nicht weiß, was Begreifen heist) niemals in den Sinn kommt, und er hält das für bekannt, was ihm durch öftern Gebrauch geläufig ist. — So ist also der Empirismus aller Popularität gänzlich beraubt, und so viel Nachtheiliges er auch wi-

der die obersten praktischen Grundsätze enthalten mag, so ist doch gar nicht zu besorgen, daß er die Grenzen der Schule iemals überschreiten, und im gemeinen Wesen ein nur einigermasen beträchtliches Glük machen werde.

Könnten wir uns von allem Interesse lossagen, und die Behauptungen der Vernunft, gleichgültig gegen alle Folgen, blos nach dem Gehalt ihrer Gründe in Betrachtung ziehen: so würden wir (gesezt daß wir keinen Ausweg wüsten, anders aus dem Gedränge zu kommen, als daß wir uns zu einer oder der andern der streitigen Lehren bekennten) in einem unaufhörlich schwankenden Zustande seyn. Heute würde es uns überzeugend vorkommen, daß der menschliche Wille frey sey: morgen, wenn wir die unauflößliche Naturkette in Betrachtung zögen, würden wir dafür halten, die Freiheit sey nichts als Selbsttäuschung, und alles sey blos Natur. Wenn es nun aber zum Thun und Handeln käme, so würde dieses Spiel der blos spekulativen Vernunft, wie Schattenbilder eines Traums verschwinden, und wir würden unsere Principien blos nach dem praktischen Interesse wählen.

Weil es aber doch einem nachdenkenden und forschenden Wesen anständig ist, gewisse Zeiten lediglich der Prüfung seiner eigenen Vernunft zu widmen, hiebei aber alle Partheilichkeit gänzlich auszuziehen, und so seine Bemerkungen Andern zur Beurtheilung öffentlich mitzutheilen: so kann es Niemanden verargt, noch weniger verwehrt werden, die Sätze und Gegensätze, so wie sie sich, durch keine Drohung geschrekt, vor Geschwornen von seinem eigenen Stande (nemlich dem Stande schwacher Menschen) vertheidigen können, auftreten zu lassen.

III.

Transscendentale Aufgaben der reinen Vernunft müssen schlechterdings aufgelöst werden.

Wir können nicht alle Aufgaben auflösen, die uns aufgegeben werden. So z. B. in der Naturwissenschaft muß uns manches unbeantwortlich bleiben, weil unsere Kenntnisse von der Natur nicht in allen Fällen zur Erklärung dessen, was wir wissen, hinreichend sind. Hingegen die reine Mathematik und reine Moral sind Beispiele von solchen Wissenschaften, die in Ansehung aller in ihren Inbegrif gehörigen Fragen Auflösungen fordern und erwarten können,

wenn sie auch vielleicht noch nicht gefunden sind. — Auch die Transscendental-Philosophie, wohin unsere Frage wegen der transscendentalen Freiheit gehört, muß die Fragen, welche sie angehen, vollkommen beantworten können. Hier hilft kein Vorschüzzen einer unvermeidlichen Unwissenheit: denn eben der Begrif der uns in den Stand sezt zu fragen, muß uns auch durchaus tüchtig machen, auf die Frage zu antworten, indem der Gegenstand ausser dem Begrif gar nicht angetroffen wird.

Die Frage: giebt es eine Hervorbringung aus Freiheit, oder lauft alles an der Kette der Naturnothwendigkeit? betrift einen Gegenstand, der nirgend anders, als in unsern Gedanken gegeben werden kann. Wir suchen zu dem Bedingten etwas Unbedingtes. Das Bedingte ist uns nur in der Erfahrung gegeben, aber das Unbedingte nicht: wir machen uns eine Idee, als ob die Reihe der Ursachen und Wirkungen durch das oberste Unbedingte völlig vollendet wäre, oder mit andern Worten, wir suchen die absolute Totalität der Reihe der Erscheinuugen. Diese Idee enthält nichts Empirisches mehr, indem sie in keiner Erfahrung gegeben werden kann. Da nun hier lediglich von einem Dinge als Gegenstande einer möglichen Erfahrung und

nicht als einer Sache an sich selbst die Rede ist; so kann die Beantwortung ausser der Idee sonst nirgends liegen. Wir machen uns diese Idee, deswegen muß unsere Vernunft auch sagen können, was von dieser Idee zu halten sey.

Zweiter Abschnitt.

I.

Vorbereitung zu dieser Untersuchung.

Ehe wir die Beantwortung der Frage vornehmen, wollen wir vorher noch eine Betrachtuug anstellen, die uns dazu desto geschikter machen wird.

Wir wollen versuchen, was für Folgen daraus entstehen, wenn wir die Frage auf die eine oder die andere Art beantworten.

Zuerst wollen wir annehmen, in allem, was in der Welt geschieht, sey nichts, als Erfolg nach Gesezzen der Natur: so ist die Causalität der Ursache immer wieder etwas, das geschiehet — immer müssen wir noch zu höhern Ursachen steigen, und kommen nie ans Ende. Daraus folgt, daß wenn ich die blose Causalität nach

Naturgesezzen annehme, so wird die Reihe für meinen Begrif zu gros.

Zweitens wollen wir ausser Natur auch Freiheit annehmen: so verfolgt uns das Warum nach einem unvermeidlichen Naturgesezze, und nöthiget uns, über diesen Punkt (wo wir durch Freiheit die Reihe a parte priori abbrechen) noch weiter nach Causalität zu fragen. Daraus folgt, daß der Begrif von Freiheit die Reihe der von einander abhängenden Ursachen für den Verstand zu klein macht.

Einmal ist die Idee für unsere Verstandesbegriffe zu gros, das andere mal zu klein. Beide Beantwortungen sind also sinnleer, und stossen uns in lauter Widersprüche. Ein sicherer Beweis, daß eine dogmatische Entscheidung hier nicht möglich ist.

Nun ist weiter kein Weg übrig, zu unserm Zwek zu gelangen, als daß wir unsere Frage critisch untersuchen, und sehen, ob sie nicht selbst auf einer grundlosen Voraussezzung beruhe, und mit einer blosen Idee spiele.

II.

Critische Entscheidung des Streits der Vernunft mit sich selbst.

Raum und Zeit sind die ursprüngliche Formen der Sinnlichkeit, die aller unserer Erfahrung zum Grunde liegen, und wodurch also leztere erst möglich wird. Hätten wir diese Formen der Sinnlichkeit nicht, sondern erkennten die Dinge an sich selbst, so würde unsere iezige ganze Sinnenwelt wegfallen. Alle Gegenstände der Erfahrung sind also blose Erscheinungen, d. i. blose Vorstellungen, die, so wie sie vorgestellt werden, als ausgedehnte Wesen oder Reihen von Veränderungen, ausser unsern Gedanken keine an sich gegründete Existenz haben. — Die Beweise dieser wichtigen Sätze muß ich hier übergehen, um Weitläuftigkeit zu vermeiden. Jeder kann sie in der Critik der reinen Vernunft des Herrn Kants im ersten Theile weiter nachlesen.

Was die Dinge an sich selbst seyn mögen, wissen wir nicht; wie sie uns aber vermittelst der Formen von Raum und Zeit erscheinen, wissen wir allein. Die Gegenstände der Erfahrung sind uns also niemals an sich selbst, sondern nur in der Erfahrung gegeben, und existiren aus-

ser derselben gar nicht. Daß es Einwohner im Monde geben könne, ob es gleich kein Mensch wahrgenommen hat, muß allerdings eingeräumt werden: aber es bedeutet nur so viel, daß wir in dem möglichen Fortschritte der Erfahrung auf sie treffen könnten. Sie sind alsdann nur als Dinge im Raum und Zeit wirklich, wenn ich sie wahrnehme, ob sie gleich darum nicht ohne meine Wahrnehmung als wirklich existirende Dinge in Raum und Zeit anzusehen sind.

Es ist uns also nichts als wirklich gegeben, ausser was wir wahrnehmen. Vor der Wahrnehmung eine Erscheinung ein wirkliches Ding nennen, bedeutet entweder, daß wir im Fortgange der Erfahrung auf eine solche Wahrnehmung treffen müssen, oder es hat gar keine Bedeutung. Dann daß sie ohne Beziehung auf unsere Sinne existire, könnte allerdings gesagt werden, wenn von einem Dinge an sich selbst, das nicht in Zeit und Raum erschiene, die Rede wäre. Es ist aber blos von einer Erscheinung im Raum und in der Zeit die Rede, die beides keine Bedingungen der Dinge an sich selbst, sondern nur unserer Sinnlichkeit sind. Es geht also nie an, sich Dinge, die wir im Raum und in der Zeit erkennen (Erscheinungen) als für sich existirend zu denken: nur in unserer

Vor-

Vorstellung sind sie etwas Wirkliches. Alles was sinnlich von uns angeschaut wird, (es mag nun als zugleich existirend im Raume, oder auf einander folgend in der Zeit befindlich seyn) hat keine für sich bestehende Existenz, sondern liegt gleichsam nur allein in unserer Seele. Ohne den Menschen und seine Receptivität, von Dingen in Raum und Zeit afficirt zu werden, würde die ganze Sinnenwelt nichts seyn.

Es ist aber wohl zu merken, daß dadurch nicht das Daseyn der Dinge an sich selbst geläugnet wird. Was aber die Dinge an sich selbst seyn mögen, wenn sie nicht durch die Formen unserer Sinnlichkeit (Raum und Zeit) wahrgenommen werden, wissen wir gar nicht: sie sind in unserm iezzigen sinnlichen Zustande keine Obiekte für uns, die wir wahrnehmen könnten. Dennoch aber existiren sie. Diese Anmerkung war nothwendig, um den Misverstand zu verhüten, als wollten wir das Daseyn der Dinge an sich leugnen. Nur vom Daseyn der Erscheinungen in Zeit und Raum ist die Rede. Diese finden sich blos in unserer Vorstellung, ausserdem aber nicht als an und für sich existirende Dinge.

Diese Darstellung unserer sinnlichen Erkenntniß verbreitet ein grosses Licht über die

Frage,

Frage, ob wir bei der Reihe der bedingten Ursachen eine erste unbedingte (nemlich Freiheit) annehmen sollen oder nicht. Wir wollen den Vernunftschluß näher beleuchten, wodurch man die absolute Totalität der Reihe der Ursachen zu beweisen gedenkt. Er ist folgender:

Wenn das Bedingte gegeben ist, so ist auch die ganze Reihe der Bedingungen desselben gegeben.

Nun sind uns Gegenstände der Sinne als bedingt gegeben.

Also ist bei Gegenständen der Sinne auch die ganze Reihe der Bedingungen derselben gegeben.

Dieser Vernunftschluß fordert also, daß wir bei der Reihe der Ursachen auf absolute Totalität dringen sollen, wir mögen die Reihe nun durch eine erste Ursache aus Freiheit schliesen, oder durch immer weiter liegende Ursachen rükwärts fortführen, d. i. wir mögen Causalität durch Freiheit oder durch blose Natur annehmen. Es wird sich aber bald zeigen, daß das ganze Argument nicht richtig ist, und also beide Partheien falsche Principien voraussezzen, woher ihr Widerstreit entstehet. Am Ende streiten sie also um nichts.

Wenn das Bedingte sowohl als seine Bedingungen Dinge an sich selbst sind, so ist, wenn das erste gegeben ist, nicht blos der Regressus zum zweiten, dritten, u. s. w. sondern zugleich die ganze Reihe der Bedingungen, mithin das ganze Unbedingte dadurch zugleich gegeben. Hier ist die Zusammensezzung des Bedingten mit seiner Bedingung eine Sache des blosen Verstandes, worinn man die Dinge annimmt, wie sie an sich sind (ohne sinnliche Anschauung) wo man nicht darauf achtet, ob und wie wir zur Kenntniß derselben gelangen können. Dagegen wenn ich es blos mit Erscheinungen zu thun habe, die gar nicht gegeben sind, wenn ich sie nicht sinnlich wahrnehme; so kann ich nicht in eben der Bedeutung sagen: wenn das Bedingte gegeben ist, so sind auch alle Bedingungen (als Erscheinungen) gegeben; folglich kann ich nicht auf die absolute Totalität der Reihe schliesen. Es ist nichts klarer als dieses, wenn man von blosen Erscheinungen redet. Denn wie kann ich bei einer Erscheinung nach einer absolut vollständigen Reihe von Ursachen fragen, da ich nur die eine Erscheinung wirklich vor mir habe, die aber doch nur in meiner Vorstellung existirt, und da es eine an und für sich bestehende rükwärts laufende Reihe von Erscheinungen, welche absolut vollständig wäre, gar nicht geben kann!

Ich

Ich kann nur an dem Leitfaden der Erfahrung eine regressive Reihe der Bedingungen fortsezzen, so weit mich Erfahrung führt: aber nimmermehr annehmen, als ob diese Reihe ausser der Erfahrung noch Bestand hätte, und in vollkommener Totalität vorgestellt werden könnte.

Nun wird sich das Trügliche des obigen Vernunftschlusses leicht zeigen lassen. Im Obersazze nehme ich das Bedingte als ein Ding an sich selbst, und da ist freilich die ganze Reihe der Bedingungen schon mitgegeben. Im Untersazze rede ich von bedingten Erscheinungen, wo die absolut vollständige Reihe der Bedingungen, als ausser der Erfahrung existirend, gar nicht statt findet. Unser Argument ist also ein sophisma figurae dictionis.

Wenn man die Sache nicht auf den Grund critisch untersucht, so ist freilich ein solcher trüglicher Schluß eine ganz natürliche und gar nicht erkünstelte Täuschung der gemeinen Vernunft. Man bemerkt dabei den Unterschied der Dinge an sich selbst und der Erscheinungen nicht, und also eben so wenig, daß erstere unter gar keinen Zeitbedingungen stehen, leztere aber immer in der Zeit gegeben werden.

III.

Weitere Untersuchung über die Täuschung der Vernunft bei dieser Frage.

Wir können nun wohl beide Theile mit Recht als solche, die ihre Forderung auf keinen gründlichen Titel bauen, abweisen. Indessen scheint doch nichts klärer, als daß von zweien, deren der eine behauptet: es geschiehet alles nach Naturgesezzen, und nichts durch Freiheit, der andere aber: es giebt ausser den Natururſachen auch Freiheit, doch einer Recht haben müsse. Wir müssen also, um den Streit gründlich, nnd zur Zufriedenheit beider Theile zu endigen, noch genauer zeigen, daß sie um nichts streiten, und daß sie da eine Wirklichkeit zu sehen glauben, wo keine anzutreffen ist.

Wenn iemand sagte, ein ieder Cörper riecht entweder gut, oder er riecht nicht gut, so findet ein Drittes statt, nemlich, daß er gar nicht rieche, und so können beide widerstreitende Säzze falsch seyn. Sage ich aber: er ist entweder wohlriechend, oder er ist nicht wohlriechend, (vel suaveolens vel non suaveolens) so sind beide Urtheile einander contradiktorisch entgegengesezt, und da gilt es, daß wenn das eine falsch ist, so muß das andere wahr sein, z. E.

wenn

wenn das Urtheil falsch ist, daß er wohl rieche, so muß er nicht wohlriechend seyn; denn unter die nicht wohlriechenden gehören auch die Körper, welche gar nicht riechen. In der vorigen Entgegenstellung (per disparata) blieb eine zufällige Bedingung des Begrifs der Cörper, (nemlich der Geruch) noch bei dem widerstreitenden Urtheile, also ist das Urtheil, er riecht übel, nicht das contradiktorische Gegentheil von dem, er riecht wohl. Diese Urtheile können alle beide falsch seyn, darum weil eins dem andern nicht blos widerspricht, sondern noch etwas mehr sagt, als zum Widerspruch erforderlich ist.

Dieses Beispiel wird das folgende sehr erläutern. Sage ich, die Reihe der Ursachen ist ihrer Totalität nach entweder unendlich oder nicht unendlich, (non est infinitus) so muß, wenn der erstere Saz falsch ist, sein contradiktorisches Gegentheil wahr seyn. Dadurch würde ich nur eine unendliche Reihe aufheben, ohne grade eine andere, nemlich die endliche, zu sezzen. Hiese es aber: die Reihe ist entweder unendlich oder endlich, so könnten beide falsch seyn. Denn ich sehe alsdenn die Reihe der Ursachen an sich selbst, als ihrer Grösse noch bestimmt an, indem ich in dem Gegensazze nicht blos die Unendlichkeit aufhebe, sondern eine Bestim-

mung zur Reihe der Ursachen, als an sich selbst wirklichen Dingen, hinzusezze, welches eben so-wohl falsch seyn kann, wenn nemlich die Welt gar nicht als Ding an sich selbst gegeben seyn sollte, mithin auch die Reihe der Ursachen in der Welt ihrer Grösse nach weder als endlich noch als unendlich anzusehen wäre. Nur in der Erfahrung können wir einen Regressus von Erscheinungen finden, aber nicht weiter, als uns mögliche Erfahrung leitet. Ausser der Erfahrung ist diese Reihe gar nicht existirend, und kann also auch weder endliche noch unendliche Grösse haben.

Hieraus folgt, daß die ganze Idee der Vernunft, wodurch sie sich Totalität in der Reihe übereinander geordneter Ursachen gedenkt, nichtig ist, wenn wir sie als einen Grund wahrer Kenntnisse ansehen, und daß beide sich widerstreitende Behauptungen mit einem sinnleeren Gegenstande zu thun haben, daher auch ihr ganzer Streit als ein leeres Geschwäz anzusehen ist.

Anmerkung. Wir können aus diesem Streit der Vernunft mit sich selbst noch einen wahren Nuzzen ziehen. Er liegt darinn nemlich ein Beweiß, daß die ganze Sinnenwelt nicht an sich

selbst, sondern nur in unserer Vorstellung existirt Dieß kann man zwar auch directe vollkommen darthun, (wie in der transscendentalen Aesthetik von Herrn Kant geschehen ist) aber hier zeigt sich auch noch ein indirecter Beweiß, welcher in folgendem Dilemma bestehet: Wenn ein an sich existirendes Ganzes ist: so ist die Reihe der Ursachen darinn der Totalität nach entweder endlich oder unendlich. Nun ist das erstere sowohl als das zweite falsch, (laut der im ersten Abschnitt angeführten Beweiße der Antithesis einer, und der Thesis anderer Seits). Also ist es auch falsch, daß die Welt, (der Inbegrif aller Erscheinungen) ein an sich existirendes Ganzes sey.

Dritter Abschnitt.

I.

Die Idee von Totalität der Reihe der Ursachen hat dennoch ihren Gebrauch.

Diese Idee bringt uns, wie im Vorhergehenden gezeigt worden, um nichts weiter in der Kenntniß der Welt. Die Sinnenwelt ist kein Ding an sich selbst, sondern blose Vorstel-

lung

lung. Totalität in der Reihe der Obiekte ist also unmöglich. Dennoch können wir an dem Leitfaden der Erfahrung in der Reihe zurükgehen. Der Saz von der Totalität hat derowegen als ein constitutives Princip keine Gültigkeit, d. i. er kann uns nicht gebieten, den Begrif der Sinnenwelt über alle mögliche Erfahrung zu erweitern. Aber dieser Saz hat als Regel im Empirischen seine Anwendung, und da befiehlt er uns, unsere Erfahrung auf die gröstmöglichste Art zu erweitern, oder im empirischen Regressus von dem Bedingten zur Bedingung so weit fortzugehen, als wir wollen.

Man kann also damit keineswegs die Absicht haben, zu sagen, die Reihe der Ursachen sey an sich endlich oder unendlich: denn dadurch würde eine blose Idee (von der Totalität der Reihe) einen Gegenstand denken, der in keiner Erfahrung gegeben werden kann. Es ist nur eine Regel, daß wir in der regressiven Zusammensezzung der Reihe der Bedingungen von dem Bedingten immer weiter nach dem Unbedingten steigen, so weit es uns beliebt, ohne daß wir es iemals erreichen. — Wenn ich von einem Elternpaar zurük auf die Ursachen desselben gehe, so finde ich, daß dasselbe von andern Menschen gezeugt worden, und diese wieder von an-

dern, u. s. w. ohne daß ich ie an die schlechthin unbedingte Ursachen komme, so lange ich blos im Felde der Erfahrung bleibe, worüber ich mich keineswegs erheben kann. Die Idee von Totalität kann hier nur eine Regel für die Vernunft seyn, diese Reihe im Felde der Erscheinungen so weit fortzusezzen, als ich will. Sie kann aber gar nicht bestimmen, was diese Reihe von Erscheinungen, als Dinge an sich selbst seyen, also giebt es auch bei ihnen keine Reihe weder von endlicher noch von unendlicher Grösse, indem da alle Bedingungen von Zeit und Raum wegfallen. Das heist mit Kanten zu reden: diese Idee ist nicht von constitutiem sondern blos von regulativem Gebrauch.

II.

Weitere Bestimmung des regulativen Gebrauchs dieser Idee.

Wir haben im Vorhergehenden gesehen, daß wenn wir blos auf die Reihe der Ursachen sehen, ohne uns um die Ursachen weiter zu bekümmern: so erfordert das regulative Princip der Vernunft, daß wir diese Reihe weder für endlich noch für unendlich halten, sondern sie nur in der Erfahrung so weit zurükführen, als

wir

wir wollen, ohne dieser Reihe in unserer Vorstellung (in der Erfahrung) obiektive Realität beizumessen.

Indessen können wir doch noch eine Betrachtuug über diese Reihen anstellen, wobei wir nicht blos auf die Erstrekkung der Reihe sehen (wie vorhin) sondern auch fragen: ob die Glieder derselben alle gleichartig seyn müssen, oder nicht? d. i. ob die Ursachen in der Sinnenwelt alle von einerlei Art (alle sinnlich) seyen, oder ob es auch nicht sinnliche geben könne? Finden wir etwa, daß das Leztere wohl statt finden könne, so bekommt der ganze Streit der spekulativen Vernunft eine andere Wendung.

Vorher nemlich, als wir blos auf die Erstrekkung der Reihe der Ursachen der Sinnenwelt sahen, musten wir urtheilen, daß beide Theile Unrecht hätten; sowohl die, welche dieselbe durch ein erstes Unbedingtes (Freiheit) abzuschneiden gedachten, und sie endlich machten, als auch die Andern, welche sie sich unendlich vorstellen. Nun aber wenn wir einsehen sollten, daß die Ursachen in der Reihe nicht alle sinnlich seyn müssen; sondern daß es auch nichtsinnliche, (empirischunbedingte, d. i. die nicht in Zeit und Raum existiren) geben kann:

so kann der Streit so entschieden werden, daß beide Theile in verschiedener Rüksicht Recht haben Diesen lezten Theil unserer Spekulation wollen wir nun deutlicher auseinander sezzen.

Man kann sich nur zweierlei Causalität in Ansehung dessen, was geschieht, denken, entweder nach der Natnr, oder aus Freiheit. Die erste ist eine Verknüpfung eines Zustandes mit dem vorigen in der Sinnenwelt, worauf iener nach einer Regel folgt. Da nun die Causalität der Erscheinungen auf Zeitbedingungen beruht: so ist die Causalität der Ursache dessen, was geschieht, auch entstanden, und bedarf immir wieder eine höhere Ursache.

Dagegen sezt der transscendentale Begrif der Freiheit ein Vermögen, wodurch man einen Zustand von selbst anfangen kann, dessen Causalität nicht wieder unter einer andern Ursache steht, welche sie der Zeit nach bestimmte. Diese Idee hat nichts von der Erfahrung entlehntes, daher heist sie transscendental.

Wenn nun Erscheinungen Dinge an sich selbst wären, mithin Raum und Zeit Formen des Daseyns der Dinge an sich selbst: so würden die Bedingungen mit dem Bedingten iederzeit als Glieder zu einer und ebenderselben Reihe gehören

hören, und also wäre Freiheit nicht zu retten. Alsdenn wäre Natur die vollständige und an sich hinreichende bestimmende Ursache jeder Begebenheit. — Wenn dagegen Erscheinungen für nichts mehr gelten, als sie in dee That sind, nemlich nicht für Dinge an sich, sondern für blose Vorstellungen, die nach empirischen Gesezzen zusammenhängen: so müssen sie selbst noch Gründe haben, die nicht Erscheinungen sind. Eine solche intelligibile Ursache wird aber in Ansehung ihrer Causalität nicht durch Erscheinunnungen bestimmt, obzwar ihre Wirkungen erschienen, und so durch andere Erscheinungen bestimmt werden können: Sie ist also sammt ihrer Causalität ausser der Reihe: dagegen ihre Wirkungen in der Reihe der empirischen Bedingungen angetroffen werden. Die Wirkung kann also in Ansehung ihrer intelligibelen Ursache als frei, und doch in Ansehung der Erscheinungen als Erfolg aus denselben nach der Naturnothwendigkeit angesehen werden.

III.

Möglichkeit der Causalität durch Freiheit in Vereinigung mit dem allgemeinen Gesez der Naturnothwendigkeit.

Dasienige an einem Gegenstande der Sinne, was nicht selbst Erscheinung ist, kann intelligi-

bel heisen. Wenn demnach dasienige, was in der Sinnenwelt als Erscheinung angesehen werden muß, an sich selbst auch ein Vermögen hat, welches kein Gegenstand der sinnlichen Anschauung ist, wodurch es aber doch die Ursache von Erscheinungen seyn kann: so kann man die Causalität dieses Wesens auf zwei Seiten betrachten, als intelligibel nach ihrer Handlung als eines Dinges an sich selbst, und als sensibel nach den Wirkungen derselben, als eine Erscheinung in der Sinnenwelt.

Eine solche doppelte Seite, das Vermögen eines Gegenstandes der Sinne sich zu denken, widerspricht keinem von den Begriffen, die wir uns von Erscheinungen, und einer möglichen Erfahrung zu machen haben. Denn da diesen, weil sie an sich keine Dinge sind, ein transscendentaler Gegenstand zum Grunde liegen muß, der sie als blose sinnliche Vorstellungen bestimmt; so hindert uns nichts, daß wir diesem transscendentalen Gegenstande, ausser der Eigenschaft, dadurch er erscheint, nicht auch eine Causalität beilegen sollten, die nicht Erscheinung ist, obgleich ihre Wirkung dennoch in der Erscheinung angetroffen wird.

Es muß aber eine iede wirkende Ursache einen Charakter haben, d. i. ein Gesez ihrer Causalität,

salität, ohne welches sie gar nicht Ursache seyn würde. Und da würden wir an einem Obiekte der Sinnenwelt 1) einen empirischen Charakter haben, wodurch seine Handlungen als Erscheinungen durch und durch mit andern Erscheinungen nach beständigen Naturgesezzen im Zusammenhange stünden: 2) würde man ihm noch einen intelligibelen Charakter einräumen müssen, dadurch es zwar die Ursache iener Handlungen als Erscheinungen ist, der aber selbst unter keinen Bedingungen der Sinnlichkeit stehet, und selbst nicht Erscheinung ist.

Dieses handelnde Subiekt würde nun nach seinen intelligibelen Charakter unter keinen Zeitbedingungen stehen. (Denn die Zeit ist nur die Bedingung der Erscheinungen, nicht aber der Dinge an sich selbst.) In ihm würde keine Handlung entstehen oder vergehen. Dieser intelligibele Charakter könnte zwar niemals unmittelbar erkannt werden, weil wir nichts wahrnehmen können, als in so fern es erscheint: aber er würde doch dem empirischen Charakter gemäs gedacht werden müssen.

Nach seinem empirischen Charakter würde also dieses Subiekt als Erscheinung allen Gesezzen der Causalverbindung unterworfen seyn;

(hier hätte das Gesez, daß alles was geschieht in der Erscheinung seine Ursache haben muß, seine volle Gültigkeit.) Es wäre in so fern nichts anders als ein Theil der Sinnenwelt, dessen Wirkungen, so wie iede andere Erscheinung, aus der Natur unausbleiblich abflössen. — Nachdem intelligibilen Charakter würde dasselbe Subiekt dennoch von allem Einfluß der Sinnlichkeit und Bestimmung durch Erscheinungen freygesprochen werden müssen. Man würde von ihm mit Recht sagen, daß es seine Wirkungen in der Sinnenwelt von selbst anfange, ohne daß die Handlung in ihm selbst anfängt.

Um das Gesagte noch mehr zu entwikkeln, wollen wir unsere Betrachtung noch weiter fortsezzen. Das Gesez, daß alles was geschieht seine Ursache habe, ist in der Erfahrung allgemein gültig. Es hat uns oben dahin geführt, daß wir in der regressiven Reihe der Ursachen niemals stehen bleiben dürfen, um iene für die erste anzunehmen, weil die Ursache der Ursache immer wieder in der Zeit entstanden ist. Wir schlossen daraus, daß diese Reihe nicht endlich, aber auch nicht unendlich seyn könnte, sondern so lang als wir zurükgehen wollen, weil wir nur mit Ursachen in der Sinnnenwelt, die kein Ding an sich selbst ist, zu thun hatten.

Ist es denn aber auch nothwendig, daß wenn die Wirkungen blose Erscheinungen sind, die Causalität ihrer Ursache lediglich empirisch seyn müsse? Kann diese Ursache nicht auf zwei Seiten betrachtet werden, so daß zu einer Wirkung eine Verknüpfung mit ihrer Ursache, nach Gesezzen der empirischen Causalität, allerdings erfordert wird, aber doch diese empirische Causalität selbst, (ohne ihren Zusammenhang mit den Natursachen im mindesten zu unterbrechen) eine Wirkung einer nichtempirischen (intelligibelen) Causalität seyn könne? Der Verstand kann auf diese Art in dem Reiche der Natur zu ieder Wirkung eine Ursache in der Erscheinung finden, und die physischen Erklärungen gehen ihren Gang ungehindert fort. Nun thut ihm das nicht den mindesten Abbruch, gesezt daß es auch blos erdichtet seyn sollte, wenn man annimmt, daß es unter den Natursachen auch welche gebe, die ein intelligibeles Vermögen haben. Denn auf diese Art würde das handelnde Subiekt, als causa phaenomenon, mit der Natur in unzertrennter Abhängigkeit aller ihrer Handlungen verkettet seyn, und nur das phaenomenon dieses Subiekts würde auch gewisse Bedingungen enthalten, die, wenn man von dem empirischen Gegenstande zu dem transscendentalen (nichtsinnlichen) aufsteigen will,

als

als blos intelligibel müßten angesehen werden.

Anwendung auf die Handlungen des Menschen.

Der Mensch ist eine von den Erscheinungen in der Sinnenwelt, und daher stehen auch seine Handlungen unter empirischen Gesezzen, oder er hat einen empirischen Charakter. Dieser ist nichts anders, als eine gewisse Causalität seiner Vernunft, die unter der Regel der Natur stehet. Alle Handlungen des Menschen in der Erscheinung sind aus seinem empirischen Charakter nach der Ordnung der Natur bestimmt, und wenn wir alle Erscheinungen seiner Willkühr bis auf den Grund erforschen könnten, so würde es keine einzige menschliche Handlung geben, die wir nicht mit Gewisheit vorhersagen, und aus ihren vorhergehenden Bedingungen als nothwendig erkennen könnten. In Ansehung dieses empirischen Charakters giebt es also keine Freiheit, und nach diesem können wir doch allein den Menschen betrachten, wenn wir lediglich beobachten.

Allein der Mensch, der die ganze Natur sonst nur durch Sinne kennt, erkennt sich selbst auch durch blose Apperception, und

zwar in Handlungen und innern Bestimmungen, die man gar nicht zum Eindrukke der Sinne zählen kann. Er ist sich selbst freilich eines Theils Phänomen, andern Theils aber, nemlich in Ansehung gewisser Vermögen, ein blos intelligibeler Gegenstand. Wir nennen diese Vermögen Verstand und Vernunft. Dieser Vernunft können wir nun Causalität durch Freiheit beilegen, ohne daß dadurch die Reihe der empirischen Ursachen unterbrochen wird.

Die Vernunft ist alsdann die beharrliche Bedingung aller willkührlichen Handlungen. Jede derselben ist im empirischen Charakter des Menschen vorher bestimmt, ehe noch als sie geschieht. In Ansehung des intelligibelen Charakters, wovon iene nur das sinnliche Schema ist, gilt kein Vorher oder Nachher. Er hat das Vermögen, eine Reihe von Begebenheiten von selbst anzufangen, und mithin völlig frei zu handeln.

Dieß ist die Idee, welche sich spekulative Vernunft von Freiheit schafft. Bis hieher haben wir gesehen, daß auf dem Weg der Spekulation nichts Gewisses über diese Materie ausgemacht,

gemacht werden kann. Die ganze Idee von Freiheit, wie wir sie vorgetragen haben, ist transscendental, und wird nicht in der Erfahrung angetroffen. Deswegen konnten wir über diese Idee auch nichts weiter sagen, als daß sie wenigstens dem Gesez der Naturnothwendigkeit nicht widerstreitet Die Wirklichkeit der Freiheit als eines Vermögens, welches von selbst die Ursache von Erscheinungen der Sinnenwelt ist, haben wir dadurch gar nicht bewiesen: denn die transscendentale Idee von Freiheit wird in keiner Erfahrung gegeben, und kann gar nicht nach Erfahrungsgesezzen gedacht werden. Wir wollten hier nur zeigen, wie schon gesagt worden, daß Causalität der Natur und der Freiheit sich nicht widersprechen, sondern daß der Widerstreit der spekulativen Vernunft (Siehe den ersten Abschnitt n. I.) nur auf einem blosen Schein beruhe.

Indessen ist unsere Kenntniß hiedurch im Geringsten nicht über den eigentlichen Gegenstand unserer itzigen Untersuchung bereichert. Wir müssen endlich alle spekulativen Untersuchungen über Freiheit, als eine Sache, die nicht für uns und unsern Zustand gehört, bei Seite sezzen, und uns nach einem andern Wege umsehen, auf dem wir mehrere und gewissere Kenntniß davon erlangen können.

Vierter Abschnitt.

Ausser dem spekulativen Wege bleibt uns keiner als der praktische übrig, und da wird sich sogleich zeigen, daß praktische Freiheit ganz unabhängig von allem, was Spekulation darüber sagen mag, bestehet, und daß die Wirklichkeit derselben durch nichts ungewiß gemacht werden kann.

Die Vernunft wird durch einen Hang ihrer Natur getrieben, über den Erfahrungsgebrauch hinaus zu gehen, und sich vermittelst bloser Ideen zu den äussersten Grenzen aller Kenntniß hinaus zu wagen. Ist dieses Bestreben blos auf ihr spekulatives, oder vielmehr einzig und allein auf ihr praktisches Interesse gerichtet?

Das blose spekulative Interesse bei der Frage von der Freiheit des Willens ist nur sehr gering, und man würde in Absicht desselben wohl schwerlich eine so ermüdende und mit unaufhörlichen Hindernissen ringende Arbeit transscendentaler Nachforschung übernehmen. Wenn wir blos dieses spekulative Interesse vor Augen haben, so mag der Wille auch frei seyn; dieses kann alsdann doch nur die intelligibele Ursache unsers Willens angehen. Denn was die Phänomene der Aeusserungen des Willens, die Handlungen

lungen betrift, so müssen wir sie doch immer als Erscheinungen nach Naturgesezzen erklären. (Dieses ist oben gezeigt worden.)

Wenn demnach der Grundsaz von der Freiheit des Willens uns zum blossen wissen gar nicht nöthig ist, und uns gleichwohl durch unsere Vernunft dringend empfohlen wird; so wird seine Wichtigkeit eigentlich nur das Praktische angeben.

Praktischer Begrif der Freiheit.

Die Freiheit in praktischer Rüksicht ist die Unabhängigkeit der Willkühr von der Nöthigung der Antriebe der Sinnlichkeit. Eine willkühr nemlich ist blos thierisch, (arbitrium brutum) die nicht anders als durch sinnliche Antriebe bestimmt werden kann. Diejenige aber, welche unabhängig von sinnlichen Antrieben, mithin durch Bewegursachen der Vernunft bestimmt werden kann, heist die freie Willkühr, (arbitrium liberum) und alles, was mit dieser als Grund oder als Folge zusammenhängt, wird praktisch genennet.

Die praktische Freiheit kann durch Erfahrung bewiesen werden. Denn nicht blos, was reizt, d. i. die Sinne unmittelbar afficirt, be-

stimmt

stimmt die menschliche Willkühr; sondern wir haben ein Vermögen, durch Vorstellungen von dem, was selbst auf entferntere Art schädlich oder nüzlich ist, die Eindrükke auf unser sinnliches Begehrungsvermögen zu überwinden. Diese Ueberlegungen aber, was in Ansehung unsers ganzen Zustandes begehrungswerth, das ist, gut oder nüzlich ist, beruhen auf der Vernunft. Diese giebt daher auch Gesezze, welche Imperativen heisen können, und welche sagen, was geschehen soll, ob es gleich vielleicht nie geschieht, und sich dadurch von Naturgesezzen unterscheiden, die nur von dem handeln, was geschieht; weshalb sie auch praktische Gesezze heisen.

Nicht nur die Beweise der aufgeklärtesten Moralisten, sondern auch das sittliche Urtheil jedes Menschen, sezzen fest, daß es wirklich reine moralische Gesezze gebe, welche völlig a priori (ohne Rükſicht auf Glükseligkeit zu nehmen) das Thun und Lassen des Menschen, oder den Gebrauch seiner Freiheit bestimmen, und daß diese Gesezze schlechterdings gebieten, und also in aller Absicht nothwendig sind. Diese reine moralische Gesezze, die in der menschlichen Vernunft ohne Rüksicht auf empirische Bedingungen wirksam sind, sagen uns, was wir thun sollen. In der ganzen Natur sehen wir nur,

was geschieht, was gewesen ist, und was seyn wird. Es ist unmöglich, daß darinn Etwas anders seyn soll, als es wirklich ist. Wir können gar nicht sagen, was ein Cirkel für Eigenschaften haben soll, sondern was er für Eigenschaften wirklich hat.

Dieses Sollen drükt eine mögliche Handlung aus, davon der Grund ein bloser Begrif ist: hingegen Naturveränderungen haben Erscheinungen zu Gründen. Unsere Handlungen stehen zwar eines Theils immer unter Naturbedingungen: aber diese Naturbedingungen betreffen nicht die Bestimmung der Willkühr selbst, sondern nur die Wirkungen und den Erfolg in der Erscheinung. Es mögen noch so viele Naturgründe da seyn, noch so viel sinnliche Reize, die uns zum Wollen antreiben, so können sie doch nicht das Sollen hervorbringen, sondern nur ein noch lange nicht nothwendiges, sondern jederzeit bedingtes Wollen. Dieses Gefühl von unsrer Willkühr, wodurch wir Handlungen nach Vernunftgründen (d. i. moralischen Gesezzen, die a priori in unserer Natur liegen) hervorbringen, ohne daß wir von den Reizen der Sinnlichkeit necessitirt würden, ist es, was wir Freiheit im praktischen Verstande nennen. Wir beurtheilen unsere eigene und fremde Handlungen

gen in dieser Rücksicht immer, ob sie den moralischen Gesezzen der Vernunft gemäs sind. Ein Beispiel soll dieses noch deutlicher machen.

Wenn wir sehen, daß Jemand durch eine boßhafte Lüge Verwirrung in die menschliche Gesellschaft gebracht hat, so werden wir sie erstlich nach ihren Bewegursachen, woraus sie entstanden, untersuchen. Wir gehen seinen empirischen Charakter, bis zu den Quellen desselben durch, die man in der schlechten Erziehung, üblen Gesellschaft, zum Theil in der Bösartigkeit des Naturells aufsucht, zum Theil auf den Leichtsinn und Unbesonnenheit schiebt, wobei man auch die veranlassenden Gelegenheitsursachen nicht aus der Acht läst. In allem diesem verfährt man, wie bei der Untersuchung ieder Reihe von Ursachen in der Natur. Ob man gleich die Handlung nun durch diese Ursachen bestimmt zu haben glaubt: so tadelt man nichts destoweniger den Thäter, und zwar nicht wegen seines unglüklichen Naturells, und anderer genannter Umstände, sogar auch nicht wegen seines vorher geführten Lebenswandels. Dieser Tadel gründet sich auf ein Gesez der Vernunft, wobei man diese als eine Ursache ansiehet, welche das Verhalten des Menschen unangesehen aller genannten empirischen Bedingungen, anders habe bestimmen können, und

sollen. Man siehet die Causalität der Vernunft als vollständig an; der Lügner hat in dem Augenblikke, da er lügt, gänzlich Schuld, und wir halten die Vernunft für ein von empirischen Bedingungen völlig freies Vermögen, das im Stand ist, sich willkührlich nach dem, was uns als moralisches Gesez aufgegeben ist, zu bestimmen.

So sehen wir also, daß der Begrif von freier Willkühr, welchen wir annehmen müssen, weil wir Gesezze der Vernunft, reine Imperativen, in uns finden, dasienige ist, worauf wir endlich nach der ganzen Untersuchung über die menschliche Freiheit geführt werden. Gesezze der Sittlichkeit liegen einmal in unserer Seele, sie würden aber ganz unnüz und unkräftig seyn, wenn wir uns nicht nach ihnen bestimmen könnten. Dieses ist der praktische Weg, der uns eine befriedigende Auflösung unserer Aufgabe verschafft, da wir auf dem spekulativen nichts ausrichten konnten.

In der That war auch nie, sobald es aufs Handeln ankam, der geringste Streit über die Wirklichkeit dieser praktischen Freiheit. Jeder noch so eifrige Fatalist handelte und beurtheilte Handlungen Anderer eben so wie andrer Leute. Nur wenn man sich in transscendentale Untersuchun-

suchungen einlies, und aus blosen Vernunftideen über einen Gegenstand zu disputiren anfing, welcher doch ausser dem Kreise unserer Erfahrung liegt, und wovon wir unmöglich etwas wissen können: nur dann gerieth man in einen Widerstreit. An demselben war immer die Voraussezzung Schuld, daß die Welt ein Ding an sich selbst sey, und nicht blose Erscheinung. Wäre dieses wirklich, so sähe man freilich nicht, wie es möglich wäre, sich aus diesem Labyrinthe von Beweißen und Gegenbeweißen, die beide gleich stark sind, heraus zu helfen. Man würde denn endlich gar nicht wissen, auf welche Seite man sich schlagen sollte, weil die Vertheidiger dieser beiden Meinungen sich wechselsweise so schön widerlegen können. (S. I, Abschn.)

Aber diese Voraussezzung: daß die Welt etwas für sich bestehendes sey, welche noch viele andere Verwirrungen in die Philosophie gebracht hat, ist, wie wir im II Abschn. gesehen haben, ungegründet. Alles was wir empfinden ist blose Erscheinung im Raum und in der Zeit. Es liegen zwar diesen Erscheinungen Objekte zum Grunde, wir wissen aber gar nicht, was sie sind. Der ganze Widerstreit liese sich also auch leicht heben. Wir sahen nemlich, daß die Reihe der Ursachen in der Sinnenwelt nicht von uns rükwärts we-

der ins unendliche verlångert, noch durch ein bestimmtes erstes Ziel begrenzt werden dürfe, daß also die empirische Reihe im Regressus von uns so weit fortgesezt werden kann, als wir wollen. Weiter aber fanden wir im III. Abschnitt, daß weil die Erscheinungen doch nicht das Einzige seyn können, weil Dinge da seyn müssen, welche erscheinen, daß wir auch nicht sinnliche Ursachen annehmen können, die eine Reihe von Erscheinungen bestimmen, ohne in die Reihe selbst zu gehören, d. i. den empirischen Zeitbedingungen unterworfen zu seyn. Wir machten uns also eine transscendentale Idee von Freiheit, und bemerkten, anstatt daß vorher beide Behauptungen wegfielen, daß nun beide in verschiedner Rükſicht zusammen bestehen konnten; nemlich Naturursachen in der Erscheinung, und Causalität der Freiheit in nicht sinnlichen (intelligibelen) Dingen, die die Erscheinungen allererst bestimmen. Der Widerstreit war nun freilich gehoben, aber ohne daß wir darum sagen konnten, daß diese transscendentale Idee etwas Wirkliches sey. Wir konnten nur so viel behaupten, daß doch Niemand die Unmöglichkeit einer solchen Freiheit darthun könne; und dieses war uns auch genug.

Blos um das Wissen kann es uns also hier gar nicht zu thun seyn. Dieß ist überhaupt nur

auf

auf einen engen Kreis bei uns Menschen eingeschränkt, den Kreis der Erfahrung. Der lezte Endzwek aller unserer Vernunft ist doch immer auf das Praktische gerichtet. Dieß ist die eigentliche Quelle, woraus unsere ganze Kenntniß in Ansehung nichtsinnlicher Gegenstände fliest. Gesezze der reinen Moral liegen in unserer Seele und werden von iedem Menschen, der nur ein wenig über Sittlichkeit nachdenken will, anerkannt. An der Entwikkelung derselben hängt unser ganzer Glaube an die wichtigsten Wahrheiten. Kein menschliches Gemüth ist frei von allem Interesse bei den Fragen über künftiges Leben, moralische Willkühr, u. s. w. Möchten wir nur immer vorerst dieses Interesse recht bevestigen, und vergrössern, möchten wir nur erst versuchen, wenigstens auf dem halben Wege gute Menschen zu machen, so würden wir sie hernach leicht zu dem Glauben an diese wichtige Wahrheiten bringen!

In der That ist es zu bewundern, warum man nicht stets diesen natürlichen Weg gegangen ist. So bald die Gesezze der Sittlichkeit einmal recht erkannt und angenommen werden, so ist die nothwendige und von unserem Gefühl völlig bestärkte Voraussezzung der praktischen Freiheit oder Willkühr ganz unzertrennlich damit verbunden, keine Gegengründe die aus der durchgängig

zusammenhängenden Reihe von Ursachen und Wirkungen in der Erfahrung hergenommen sind, können uns diese Gewisheit mehr rauben. Denn die critische Untersuchung über unser Erkenntnis-vermögen hat uns gelehrt, daß wir nicht bei blossen Erscheinungen stehen bleiben müssen, wenn von Sittlichkeit die Rede ist, sondern uns noch eine Verstandeswelt denken können, in welcher keine Zeitbedingungen, und kein Mechanismus von Ursachen und Wirkungen Statt findet.

Beschluß.

Zum Beschluß wollen wir noch bemerken, welche Verdienste eine kritische Untersuchung über unsere Vernunft hat. Der Nuzzen derselben ist nicht nur negativ, daß wir uns nemlich mit spekulativer Vernunft nie über die Grenzen der Erfahrung hinaus wagen sollen: sondern auch positiv; denn wir machen uns dadurch mehr Plaz zum praktischen Vernunftgebrauch.

Man pflegte gar oft bei der Erweiterung der spekulativen Vernunft über die Grenzen der Sinnlichkeit gar nicht viel auf den praktischen Gebrauch der Vernunft zur Bestärkung der Hauptwahrheiten zu achten. Man verfehlte den rechten Gesichtspunkt, woraus wir alles menschliche Wissen und Glauben ansehen müssen, und wollte da völlig erkennen, wo wir nur durch praktische Grün-

Gründe geleitet zu einem festen Glauben gelangen können. Die Kritik der Vernunft schränkt das Wissen ein, indem sie die Grenzen desselben aufsucht, zugleich aber erweitert sie auch den praktischen Vernunftgebrauch. Durch das erstere bringt sie nur einen negativen, aber durch das andere gewiß einen positiven Nuzen: denn nun ist keine über die Erfahrungsgrenze fliegende Spekulation mehr im Stande, Widersprüche gegen Wahrheiten zu erheben, die noch über das durch die praktische Vernunft volle Bestättigung erhalten. — Die Policey, welche den Gewaltthätigkeiten böser Bürger einen Riegel vorschiebt, daß sie andere in ihren Angelegenheiten nicht hindern, hat gewiß einen positiven Nuzzen: eben so die Kritik, welche den Anmasungen der Vernunft ein Ende machet, wodurch die heiligsten Wahrheiten nur mit einer Menge Scheinwidersprüche bekämpft wurden. Nun wird der praktische Vernunftgebrauch, ganz ungestört von solchen nichtigen Spekulationen, desto sicherer und gewisser das vorgestekte Ziel erreichen.

Die Kritik der Vernunft beweist, daß Raum und Zeit Formen der Anschauung sind, daß wir keinen Gegenstand anders als Obiekt der sinnlichen Anschauung erkennen, und daher unsere Erkenntniß blos in sinnlicher Erfahrung Erweiteruug hoffen darf. Ob wir nun gleich die Dinge an sich

selbst

selbst nicht erkennen, so können wir sie doch wenigstens denken. Denn es muß doch ausser der Erscheinung auch ein an sich existirendes Subiekt da seyn, wie schon mehrmals erinnert worden. Dieses unbekannte Obiekt können wir freilich nicht erkennen, weil es nicht zu unsern sinnlichen Anschauungen gehört, aber wir können es uns doch denken. — Nun wollen wir annehmen, diese kritische Unterscheidung zwischen Dingen an sich selbst und Erscheinungen wäre gar nicht gemacht; so wüsten wir nicht, was wir von dem Widerspruche denken sollten, daß man die Freiheit und die durchgängige Naturnothwendigkeit gleich gut beweisen kann. Die Ursache an der Verwirrung liegt aber darinn, daß wir die Wirkungen der Seele in der Erscheinung für Dinge an sich selbst nehmen, welches sie aber nicht sind. Die Kritik gebietet nun, die Seele in zweierlei Rüksicht anzusehen, einmal als Ding an sich selbst, das andremal als etwas, dessen Wirkungen in der Zeit als Erscheinungen wahrgenommen werden. In der ersten Rüksicht nennen wir das nichtsinnliche (intelligibele) der Seele, die Vernunft; in der andern sehen wir alles, was wir durch den sogenannten innern Sinn von der Seele wahrnehmen als den Zeitbedingungen unterworfen, mithin als Erscheinung an. Die Seele ist aber als ein erscheinendes Wesen eben so dem Grund-

saz der Naturnothwendigkeit unterworfen, wie die ganze übrige Sinnenwelt, und hat in so fern keine Freiheit, sondern alles geschieht in ihr nach nothwendigen Gesezzen. Dieß ist alles aber nur Erscheinung. Als ein Ding an sich selbst ist sie diesen successiven Bedingungen der Naturnothwendigkeit gar nicht unterworfen, und kann ohne Widerspruch mit dem vorigen als frei gedacht worden. Ob ich nun gleich meine Seele von der lezten Seite betrachtet, durch keine spekulative Vernunft, (noch weniger durch empirische Beobachtung) mithin auch nicht die Freiheit als Eigenschaft eines Wesens, dem ich Wirkungen in der Sinnenwelt zuschreibe, erkennen kann, darum weil ich ein solches seiner Existenz nach, und doch nicht in der Zeit, bestimmt erkennen müste, welches für uns in diesem izzigen sinnlichen Zustande nicht möglich ist: so kann ich mir doch die Freiheit in dieser transscendentalen Bedeutung denken, d. i. die Vorstellung davon enthält wenigstens keinen Widerspruch in sich.

Da nun die Moral nothwendig Freiheit (arbitrium liberum) als Eigenschaft unsers Willens voraussezt, weil sie praktische Grundsäzze a priori (Imperativen) anführt, die ohne Voraussezzung der Freiheit schlechterdings unmöglich wären: da ferner aus der vorhergehenden Unterscheidung klar ist, daß sich Freiheit nicht mehr

selbst

selbst widerspricht, so behauptet nun die Lehre der Sittlichkeit ihren Plaz, und die Naturlehre auch den ihrigen. Und dieses ist eben der positive Nuzzen der Kritik, von welchem wir oben redeten. Wir gewinnen dadurch soviel, daß die moralische Voraussezzung der Freiheit nun keinen Widerspruch mehr von der spekulativen Vernunft zu befürchten hat, und ihren Weg ungehindert gehet.

Wie ganz anders sähe es aber nm die Moralität aus, wenn die spekulative Vernunft beweisen könnte, daß sich Natur und Freiheit nicht ohne Widerspruch denken liesen! Da müste Freiheit und mit ihr Sittlichkeit dem Naturmechanismus den Plaz einräumen. Dieses geschähe unbezweifelt, wenn wir die Sinnenwelt als ein Ding an sich selbst ansehen müsten, und nicht wüsten, daß alles blos Erscheinungen betrift. Ich kann also die Freiheit zum Behuf des praktischen Gebrauchs nicht einmal annehmen, wenn ich nicht vorher der spekulativen Vernunft ihre Anmasungen überschwenglicher Einsichten benehme. Wir müssen also das Wissen einschränken, um zum Glauben Plaz zu bekommen.

Diese kritische Untersuchungen über die Vernunft gewähren uns also nun einen sichern Gang einer Wissenschaft, und machen dem grundlosen Tappen und leitsinnigen Herumstreifen der Vernunft ohne Kritik ein Ende. Sie führen uns

bald

bald an, unsere Zeit besser anzuwenden, als beim gewöhnlichen Dogmatismus geschiehet, über Dinge, davon wir nichts verstehen, und darinn Niemand in der Welt ie etwas einsehen wird, bequem zu vernünfteln, oder gar auf Erfindung neuer Gedanken und Meinungen auszugehen, und so die Erlernung gründlicher Wissenschaften zu verabsäumen. Endlich nuzzen sie am meisten dadurch, daß wir nun den unschäzbaren Vortheil erhalten, allen Einwürfen wider Sittlichkeit und Religion auf sokratische Art, nemlich durch den klärsten Beweiß der Unwissenheit der Gegner, auf alle künftige Zeiten ein Ende zu machen.

Bei dieser wichtigen Veränderung im Felde der Wissenschaften, und dem Verluste, den spekulative Vernunft an ihrem bisher eingebildeten Besizze erleiden muß, bleibt dennoch alles mit der allgemeinen menschlichen Angelegenheit in demselben vortheilhaften Zustande, als es iemalen war, und der Verlust trift nur das Monopol der Schulen, keinesweges aber das Interesse der Menschheit. Ist wohl iemals der Beweiß von der Freiheit des Willens durch die subtilen Unterscheidungen von subiektiver und obiektiver praktischer Nothwendigkeit von den Schulen ausgegangen und hat unter dem Publiknm die mindeste Ueberzeugung bewirkt? Gewis zu solchen subtilen Spekulationen ist der Menschenverstand

meistens untauglich. Im Gegentheil hat die blose klare Darstellung der Pflichten im Gegensazze aller Ansprüche der Neigungen das Bewustseyn der Freiheit unter den Publikum immer völlig überzeugend bewirkt. Dieser Besiz bleibt nicht nur ganz ungestört, sondern er gewinnt vielmehr dadurch noch Ansehen, daß sich nun Niemand höhere und ausgebreitetere Einsichten in einem Punkte anmasen darf, als diejenige sind, zu denen die große Menge auch eben so leicht gelangen kann.

Anhang.

Eine der neuesten Schriften, welche über die Freiheit herausgekommen sind, ist Herrn Professor Ulrichs Eleutheriologie, oder über Freiheit und Nothwendigkeit. Da dieser würdige Gelehrte das deterministische System, welches der Kantischen Theorie völlig entgegengesezt ist, vertheidigt: so wird man mit Recht erwarten, daß ich hier über die Zweifel desselben gegen die Kantischen Sätze, einige Anmerkungen Beifüge. Dieses will ich, so viel als in der Kürze geschehen kann, mit derienigen Achtung, welche ich den großen Verdiensten dieses Weltweisen schul-

dig bin, thun; fest überzeugt, daß ihm eine bescheidene Darlegung meiner Zweifel nicht unangenehm seyn wird.

In dem ersten Abschnitt macht Herr Prof U. den Anfang damit, daß er (§. 5—9.) Nothwendigkeit und Zufall definiret, und darauf den Schluß bauet, daß kein Mittelweg zwischen diesen beiden Dingen Statt finden könne: daß man also entweder annehmen müsse, die Entschliesungen eines vernünftigen Wesens seyen durch entscheidende Gründe so bestimmt, daß sie nothwendig erfolgen müssen, oder sie hätten unter den nemlichen Umständen auch anders ausfallen können, und dann seyen sie zufällig. Keinen Mittelweg könne man annehmen. — Mich dünkt, wir können die ganze Vorstellung von der Unmöglichkeit eines Mittelwegs zwischen Nothwendigkeit und Zufall entbehren, wenn wir die Kantische Unterscheidung der Sinnenwelt und Verstandeswelt vor Augen behalten. Denn was in der erstern geschiehet, ist alles der Naturnothwendigkeit unterworfen: was aber in der leztern vorgehet, können wir weder mit dem Nahmen Zufall, noch mit sonst irgend einem Nahmen belegen, wodurch wir die Art und Weise zu erklären gedächten, wie die Seele nach ihrem intelligibelen Charakter wirkt.

In dem 10ten und 11ten § giebt der Herr Verfasser einen Auszug von der Kantischen Theorie, worauf §. 12. und 13. eine Beurtheilung derselben folgt. S. 32. bemerkt er, „ daß „ Kant von einer Seite eben so wohl der Naturnothwendigkeit, als von der andern dem „ Zufall ausweiche.“ — Hiedurch hat K. wohl nicht die Absicht gehabt, einen Mittelweg zwischen Nothwendigkeit und Zufall zu erdenken: denn da nach seinen Grundsäzzen die Frage, worinn die Freiheit im Gegensaz mit der Nothwendigkeit bestehe? sich nicht beantworten läst, weil sie einen Gegenstand ausser dem Kreise unserer Erfahrung betrift: so läst er es unentschieden, und muß es unentschieden lassen worinn die Causalität durch Freiheit bestehe?

„ Da aber, fährt Herr U. fort, Läugnung „ der Naturnothwendigkeit im Kantischen Sinn, „ nur die Bestimmung durch Erscheinungen, „ oder durch solche Bedingungen, welche der „ Zeit nach vorhergehen, ausschliest, so bleibt „ immer die Frage übrig, ob nicht im intelligi „ belen Charakter selbst Gründe der Bestimmung „ des intelligibeien Vermögens sich finden, wel„ che zwar der Zeit nach nicht vorhergingen, aber „ doch Gründe wären, auf welchen Fall als„ dann

„ dann Naturnothwendigkeit im andern Ver„ stande Statt finden würde." — Die Antwort hat keine Schwierigkeit. Wir können von keinen andern Dingen reden, als die wir in dem Zusammenhang der Ursachen und Wirkungen in der Sinnenwelt antreffen; Ursachen, die nicht mehr empirisch sind, kennen wir nicht, und dürfen sie daher auch nicht zur Naturnothwendigkeit rechnen.

S. 33. sagt Herr U. „daß das Kantische „ System unwiderleglich seyn würde, wenn der „ Saz seine Richtigkeit hätte, daß die Zeit eine „ blos subiective Form der Erscheinungen wä„ re." — Weil also nach dem eigenen Geständnis des Herrn Verf. das deterministische System sich nicht erhalten kann, wenn iener Saz erwiesen ist: so verdienet er von iedem Freunde der Wahrheit die genaueste Prüfung. Hier will ich nur kurz die vorzüglichsten Punkte bemerken, worauf sich der Hauptbeweis von der Idealität des Raums und der Zeit stüzt:

a) Es giebt vom Raum und von der Zeit eine Menge Säzze a priori, welche allgemein gültig und apodiktisch sind; z. E. vom Raum, alle geometrischen Säzze, — von der Zeit, alle Säzze der allgemeinen Bewe-

gungslehre, (da Bewegung nur in der Zeit vorgestellt werden kann.)

b) Sollten diese Sätze aus der Erfahrung gezogen seyn? — So würden sie nicht allgemein und apodiktisch gewis seyn, weil uns Erfahrung niemals lehrt, wie etwas seyn mus, sondern nur wie es ist.

c) Sie müssen also vor aller Erfahrung hergehen, oder den Grund der Möglichkeit der Erfahrung enthalten.

d) Also müssen die Vorstellungen von Raum und Zeit, die in ienen Wissenschaften (Geometrie und Bewegungslehre) angetroffen werden, vor der Erfahrung hergehen, und den Grnnd der Möglichkeit derselben enthalten.

e) Nun sind offenbar Raum und Zeit nichts für sich bestehendes.

f) Auch nichts, das den Dingen an sich selbst, ohne auf unsere Art der Anschauung zu sehen, zukäme: denn sonst könnten sie, als eine den Dingen selbst inhärirende Bestimmung nicht vor ihnen hergehen, wie doch erfordert wird, wenn man Sätze a priori von ihnen erkennet.

g) Also müssen sie nur die Formen, oder blos subiektive Bedingungen der innern und äussern Anschauungen seyn.

Daher

Daher giebt es 1) eine Sinnenwelt, worinn uns die Dinge nach den Formen von R. und Z. erscheinen. Ausdehnung, Zeitfolge u. s. w. finden nur unter diesen Bedingungen Statt. 2) Eine intelligibele Welt, die wir zwar nicht kennen, aber doch annehmen müssen, weil R. und Z. keine obiektiven sondern subiektiven Bedingungen sind. Darinn findet sich keine Ausdehnung, Zeitfolge, Veränderung, Anheben und Aufhören.

Von der 34 — 36 Seite werden noch verschiedene Einwürfe vorgetragen, die darinn einander ähnlich sind, daß sie alle eine Erklärung von dem Wesen der Freiheit verlangen, welche sich aber schlechterdings nicht geben läßt. So fragt Herr U (S. 34.) „warum wir die Vernunft bei einigen Handlungen anwenden, „bei andern nicht? (S. 35.) Warum die unveränderte intelligibele Vernunft, die allen Handlungen des Menschen in allen Zeitumständen gegenwärtig und einerlei ist, von welcher iede wirkliche Handlung die unmittelbare Wirkung ist, welche selbst nicht in der Zeit seyn, nicht in einen neuen Zustand gerathen soll, darinnen sie vorher nicht war, warum diese Vernunft gleichwohl so ganz verschiedene Wirkungen zu verschiedenen Zeiten

„ in der Erscheinung hervorbringe?“ Alle diese und ähnliche Fragen könnten nur alsdann beantwortet werden, wenn der intelligibele Charakter des Menschen eben so wie der empirische von uns könnte erkläret werden: da derselbige aber gar keinen Zeitbedingungen unterworfen seyn kann, so mus er auch gänzlich unbegreiflich für uns bleiben, welches aber seine Wirklichkeit nicht aufhebt.

Im 13ten § antwortet Herr U. auf einige Kantische Gründe.

Erstlich glaubt er, „daß man, um die „Reihenfolge der Erscheinungen auf der Seite „der Ursachen vollständig zu machen, die erste „Ursache in der ewigen unveränderlichen Thä„tigkeit des höchsten Wesens suchen müsse.“— Da man sich also die Spontaneität des öbersten Geistes als unveränderlich und keinen Zeitverhältnissen unterworfen gedenken mus, um darinn eine erste Ursache von den Begebenheiten in der Welt zu suchen, ohnerachtet man diese unveränderliche Spontaneität, die nicht in der Zeit ist, gar nicht begreifen kann: so könnte man weiter fragen, was hindert uns, nun auch noch mehrere Wesen anzunehmen, die durch ein nichtsinnliches Vermögen eine Reihe von sinnlichen Ursachen von selbst anfangen, ohne daß

wir die Art ihrer Wirksamkeit begreifen können? So wenig wir das Wesen Gottes und seine Wirksamkeit auf die Welt begreifen können, eben so wenig können wir dieses in Ansehung aller andern intelligibelen Wesen.

Zweitens kommt nun Herr U. auf den Hauptbeweis des K. Systems, daß nemlich, ohne Freiheit anzunehmen, das Sollen, oder der Imperativ, den die Vernunft ausspricht, nicht zu erklären sey. Er antwortet darauf, „daß iede Forderung der Vernunft, das Sol„len, das sie ausspricht, ieder ihrer Impera„tive gerecht bleibe, wenn wir auch iezt nicht „gleich so seyn können, wie wir sollen." Mich dünkt aber, daß dieses doch keine Erklärung sey, wie das von aller Sinnenwelt unabhängige Sollen, noch Bedeutung haben könne, wenn man überall nur Naturnothwendigkeit annimmt. Denn daß das Sollen gerecht bleibe, ist nur eine Folge, die auf iene geforderte Erklärung gebauet werden mus.

Die Forderung der Sittlichkeit, die allgemein in iedes Menschen Herz geschrieben ist, daß er sich bessern soll, was würde sie uns helfen, wenn wir doch niemals besser seyn könnten, als wir wirklich sind, wenn wir nothwendig iederzeit so seyn müssen, wie wir sind?

Daß nun aber auch bei iedem Menschen viele Hindernisse sich finden, die ihn oft von der Besserung abhalten, oder sie ihm wenigstens erschweren, wie S. 38. auch mit eigenen Worten Kants angeführt wird, sind Veränderungen, die wir in der Reihenfolge der Erscheinungen wahrnehmen, die also gar nicht beweisen, daß auch der intelligibele Charakter, der nicht mehr Erscheinung ist, noch Veränderungen unterworfen sey.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

Daß nun aber auch bei iedem Menschen viele Hindernisse sich finden, die ihn oft von der Besserung abhalten, oder sie ihm wenigstens erschweren, wie S. 38. auch mit eigenen Worten Kants angeführt wird, sind Veränderungen, die wir in der Reihenfolge der Erscheinungen wahrnehmen, die also gar nicht beweisen, daß auch der intelligibele Charakter, der nicht mehr Erscheinung ist, noch Veränderungen unterworfen sey.

BIBLIOTHECA REGIA MONACENSIS

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Snell, Friedrich Wilhelm Daniel

F. W. D. Snells Vermischte Aufsätze I. Uber die Methode bey dem mathematischen Elementar-Unterricht ; II. Ueber die Lehre von der moralischen Freyheit nach Kantischen Principien ; III. Ueber Herrn Professor Ulrichs Eleutheriologie oder über Freyheit und Nothwendigkeit

Giesen 1789

Ph.pr. 1133 m#Beibd.4
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10041946-0
VD18 14590441-001